

Sjuklighetsundersökning inom svensk försäkring

insjuknande och avveckling 2000 - 2007

En studie av Försäkringstekniska Forskningsnämnden,
Sveriges Försäkringsförbund

Sjuklighetsundersökning inom svensk försäkring
insjuknande och avveckling 2000 - 2007

© Svenska Försäkringsföreningens dotterbolag KNS Service AB

ISBN 978-91-633-8009-9

Elanders Sverige AB, Mölnlycke 2011

Innehåll

Förord	vii
Executive summary	xi
Sammanfattning	xv
1 Svenska sjukförsäkringsprodukter	1
1.1 Typer av sjukförsäkring	1
1.1.1 Vad är sjukförsäkring?	1
1.1.2 Karenstid	2
1.1.3 Sjukskrivning och rätt till ersättning	2
1.1.4 Sjukskrivningens ersättning till den försäkrade och ersättningens storlek	2
1.1.5 Hälsoprövning vid tecknandet av försäkringen .	3
1.1.6 Begreppet arbetsoförmåga	3
1.2 Olika sätt att teckna försäkringen	4
1.3 Överförsäkring	4
1.4 Premiebefrielseförsäkring	5
1.5 Andra försäkringsformer	6
2 Markovmodell för sjukförsäkring	7
2.1 Möjliga tillstånd i sjukförsäkring	7
2.2 Vald modell i sjukförsäkring	11
2.2.1 Markovegenskapen i sjukförsäkring	11
2.2.2 Stokastisk modell	14
2.3 Svenska finansieringsformer för liv- och sjukförsäkring	17

3	Skattningsteknik	19
3.1	Skattning av insjuknande	20
3.2	Skattning av avveckling	22
3.2.1	Kaplan-Meier-estimat - överlevnadsfunktionen .	23
3.2.2	Nelson-Aalen-estimat - kumulativa hazard-rate-funktionen	24
3.2.3	Jämförelse mellan de två estimaten - Kaplan-Meier och Nelson-Aalen	24
3.3	Utjämning av skattad avvecklingsfunktion	25
3.4	Ofullständiga data	27
3.4.1	Vänstercensurering	27
3.4.2	Högercensurering	28
3.5	Beräkningsexempel av avveckling	28
3.5.1	Dataunderlag	28
3.5.2	Skattningar	29
3.5.3	Utjämning av skattad avvecklingsfunktion . . .	31
4	Observationer och skattningar	35
4.1	Sjuklighetsincidens	35
4.2	Avveckling av sjukfall	36
4.2.1	Frivilligt tecknad sjukförsäkring	38
4.2.2	Obligatoriskt tecknad sjukförsäkring	39
4.2.3	Frivilligt tecknad premiefrielseförsäkring . . .	41
4.2.4	Obligatoriskt tecknad premiefrielseförsäkring	41
4.2.5	Allmän beskrivning	44
5	Resultat	49
5.1	Incidens	49
5.2	Avveckling	50
5.2.1	Frivilligt tecknad sjukförsäkring	50
5.2.2	Obligatoriskt tecknad sjukförsäkring	51
5.2.3	Frivilligt tecknad premiefrielseförsäkring . . .	52
5.2.4	Obligatoriskt tecknad premiefrielseförsäkring	53
5.2.5	Användande av resultat	54
6	Jämförelse av kvinnors och mäns sjuklighet	61

6.1	EG-direktivet	61
6.2	Insjuknandefrekvens	62
6.3	Avveckling	63
7	Tidigare svenska sjuklighetsundersökningar och grunder	67
7.1	Svensk sjukförsäkring före 1930	67
7.2	Undersökningar och grunder från och med 1930	69
7.2.1	Framtidens sjuklighetsundersökning 1930	69
7.2.2	Valkyrians sjukundersökning 1929-48	70
7.2.3	Gemensamma grunder 1938	71
7.2.4	Gemensamma grunder 1954-55	73
7.2.5	Gemensamma grunder 1965	76
7.2.6	Gemensamma grunder 1973	79
7.2.7	Bolagsspecifika och gemensamma grunder 1976	80
7.2.8	Gemensamma grunder 1981	81
7.2.9	Gemensamma grunder 1984	81
7.2.10	Övergång till icke branschgemensamma grunder	85
7.3	Jämförelser mellan avvecklingsantaganden i de olika grunderna	85
7.3.1	Skillnader i nivå mellan avvecklingsfunktioner	86
7.3.2	Skillnader i tid att få ersättning	90
7.4	Försäkringstekniska Forskningsnämndens utredningar	92
7.5	Sjuklighetsantaganden i tryggande-grunderna	92
8	Internationell utblick - exempel på modeller samt tillämpningar	93
8.1	Allmänt om sjukförsäkring	93
8.2	Norge	94
8.2.1	Socialförsäkring och privat försäkring i Norge	94
8.2.2	Teknik	95
8.2.3	Beräkning av premier och reserver	95
8.2.3.1	Premien	96
8.2.3.2	Reserven	97

8.3	Danmark	98
8.3.1	Teknik	98
8.4	Tyskland, Österrike och Schweiz	98
8.4.1	Teknik	99
8.5	USA	99
8.5.1	Teknik	100
8.6	England	102
8.6.1	Teknik	102

Förord

Finansinspektionen framhöll i ett brev till Försäkringsförbundet hösten 2007 att de antaganden rörande avveckling av sjukfall som bolagen tillämpar inte har justerats på länge och att det därför är angeläget att det genomförs en branschgemensam statistisk undersökning för att få fram aktuella avvecklingsantaganden.

Avvecklingsantaganden används främst för reservsättningsändamål, det vill säga att de ligger till grund för att bedöma hur stort kapital en försäkringsgivare behöver avsätta för att finansiera utbetalning av framtida försäkringsersättningar med anledning av inträffade sjukfall. För att bedöma att de försäkrade skyddas i tillräckligt hög grad är det viktigt att branschen kan visa tillsynsmyndigheten Finansinspektionen att de antaganden som används vid beräkning av avsättningsbehovet i sjukförsäkring är aktuella.

Reservsättning av sjukförsäkring är en del av prissättningsmekanismen av sjukförsäkring. Utöver reservsättningen är insjuknandegraden bland de försäkrade av stor betydelse.

Antaganden nödvändiga för att prissätta sjukförsäkring har länge varit föremål för diskussion inom den aktuariella världen. Exempelvis arbetade redan Makeham med dessa antaganden under andra hälften av 1800-talet. Det finns bland annat omnämnt i [25]. Där refereras också att en matematiker vid namn Finlaison i ett tidigare arbete lagt fast att *sjukgraden beror av åldern*.

Tekniskt sett är sjukförsäkring mer komplicerad än traditionell liv- och pensionsförsäkring. Vi skall här nöja oss med att studera sjukförsäkring avseende ersättningar efter det att sjukperioden pågått förhållandevis länge, nittio dagar. Försäkringstekniskt pratar man om en *karenstid* om nittio dagar (tre månader).

En av orsakerna till att sjukförsäkring är en riskmässigt förhållandevis komplicerad produkt är att tillståndet *Sjuk* är ett tillstånd

som man kan lämna genom att gå till tillståndet *Frisk* och också, vid senare tillfälle, återvända tillbaka till *Sjuk*. I den här boken redogörs för samspelet mellan de olika tillstånden i en sjukförsäkring.

I dess enkla form kan man dela upp försäkringsrisken i en sjukförsäkring i två riskmoment. Man skiljer på *insjuknande*, övergång från tillståndet *Frisk* till tillståndet *Sjuk*, respektive *avveckling*, det vill säga att lämna tillståndet *Sjuk*.

I princip inget svenskt försäkringsbolag, möjligen med något undantag, har tillräckligt underlag för att på ett statistiskt relevant sätt kunna göra bra skattningar av de risker som sjukförsäkring är förenat med. Särskilt gäller det skattning av avvecklingsfunktionen. Det är därför rimligt att det inom försäkringsbranschen görs en gemensam satsning för att få bästa möjliga kunskap om dessa risker.

Sveriges Försäkringsförbund ser det som angeläget att man genom Försäkringstekniska Forskningsnämnden driver frågan om kvalitativt goda skattningar av riskerna inom sjukförsäkring. Vidare ger denna typ av studier också möjlighet att på ett objektivet sätt studera skillnader i sjukförsäkringshänseende mellan kvinnor och män.

Det är viktigt att betona att det i denna studie inte genomförs någon jämförelse med befolkningen när det gäller sjuklighet. Den viktigaste orsaken till det är att det är svårt att få tag i jämförbara data där jämförelser kan göras mellan befolkningsdata och försäkringsdata. En annan viktig orsak är att i brevet från Finansinspektionen, som nämnts ovan, pekas särskilt på reservsättningsperspektivet och då kan det diskuteras huruvida en jämförelse med befolkningen är relevant.

Arbetet är uppdelat i följande tre delar:

- *Bekräftandet av kön som premiebestämmande faktor*
- *Analys av nuvarande försäkringsbestånd*
- *Val av utjämningsfunktion för avvecklingsfunktionen*

I boken berörs också tekniken med premiegrunder respektive avsättningsgrunder. Däremot finns det inte utrymme att studera trender inom sjukförsäkring, som en funktion av kalendertid. En annan fråga som skulle kunna vara av intresse att studera är förekomsten av cykliska variationer inom sjukförsäkring. Det ingår inte heller i denna studie.

Ytterligare en fråga som kan bli aktuell när man gör undersökningar av denna typ över en hel bransch är frågan om det kan uppstå konkurrenshämmande frågor. Det torde emellertid inte vara något problem eftersom resultaten av undersökningen publiceras och därmed görs tillgängliga för alla hugade spekulanter.

Gunnar Andersson

Ordförande i Försäkringstekniska Forskningsnämnden

Executive summary

SUS - a morbidity study

The Swedish Morbidity Survey (SUS) in this book covers an overall estimate of how the incidence rates vary between different age groups and between men and women. The study goes in depth on the recovery rates for disability claims. Recovery rates for both sexes and age groups (5-year age groups) are reported separately and compared. The different types of morbidity products that are offered in the Swedish disability insurance market are briefly described and a comparison of how recovery rates differ between product groups is made. A theoretical model to describe and calculate health insurance figures is also presented, as well as a review of how the estimates in the study are made.

Throughout the study, the result is that there are clear differences in morbidity between men and women. In all studied age groups, women tend to have a higher probability of developing illness than men, and also in terms of the recovery rates there are clear differences between the sexes and the different age groups. The results shown for the age group 40-45 years state most clearly that women are consistently ill for longer time periods than men. The overall conclusion is that the total effect of gender differences in morbidity and disability recovery shows that there is statistical evidence for insurance undertakings to apply different premiums for insured women and men.

Actuarial assumptions within disability insurance

The actuarial parameters used within disability insurance are mainly related to incidence, recoveries and deaths. There are also parameters for expenses, interest rates and inflation. For the calculation of tech-

nical reserves the most important parameters relate to the length of the disability period, mainly for recoveries and deaths. Such parameters could be assumed not to vary much between different insurers.

Parameters for expenses and IBNR (*Incurred But Not Reported*, i.e. incurred claims but still not known by the undertaking), on the other hand, are closely related to the specific product and market situation and would not fit a general study of this type. Parameters like inflation and interest rates are not specific to disability business and should be determined from the current macro economic situation, just as they would be for life insurance.

Data and data quality

For SUS to be comprehensive all Swedish life insurance companies and pension funds were invited to participate in the survey. They were requested to report morbidity data from the calendar years 2000-2007. The survey is based on reported statistics on individual health insurance, group health insurance, health insurance linked to occupational pensions, waiver of premium insurance policies linked to individual life and pension insurance and waiver of premium insurance policies related to occupational pensions.

A practical data problem may be that information on the insured portfolio of disability insurance and claims data are handled in different computer systems in insurance undertakings, making it difficult to compile the incidence statistics. Consistently, it has proved more difficult to produce high-quality data for the waiver of premium insurance than for individual disability insurance. Detailed reconciliations have been made with the insurance companies to ensure a high data quality. No comparisons were made with public health insurance statistics.

Previous studies and the history of Swedish Disability Insurance

One chapter deals with the history of Swedish health insurance and describes both how the insurance industry used to work with computational methods, such as the principles of actuarial assumptions and the regular morbidity surveys conducted by industry or by individual insurance undertakings.

International comparisons

Last, the SUS report provides an international overview which describes how disability insurance is conducted in some selected countries within and outside Scandinavia. Brief descriptions are made of such things as pricing and calculation of technical provisions.

Working group

The working group consisted of Erik Alm, Gunnar Andersson, Bengt von Bahr, Erland Ekheden, Åsa Larson, Ellinor Samuelsson and Christian Stotzer Salmerón. Some contribution to the international perspectives is also provided by Hanna Scherp. Veronicka Hjorter has contributed to the section on comparisons between different technical computational bases during the 1900s.

Stockholm 2010-12-22

The working group for SUS

Sammanfattning

Sjuklighetsundersökningen (SUS) och dess omfattning

De beräkningsantaganden som många svenska försäkringsbolag använder för sjukförsäkring bygger i stor utsträckning på statistik från 1980-talet. Vissa bolag har uppdaterat sina antaganden utifrån branschens erfarenheter kombinerat med egen statistik eller baserat på statistik från Försäkringskassan.

Sjuklighetsundersökningen (SUS) omfattar en övergripande uppskattning av hur insjuknandefrekvenserna skiljer sig mellan dels olika åldersgrupper och dels mellan män och kvinnor. Undersökningen går på djupet rörande avveckling av sjukfall. Sjukligheten för båda könen och åldersgrupper (5-årsintervall) redovisas var för sig och jämförs.

De olika typerna av produkter som förekommer på den svenska sjukförsäkringsmarknaden beskrivs översiktligt och en jämförelse görs av hur sjukavvecklingen skiljer sig åt mellan produktgrupperna. En teoretisk modell för att beskriva och beräkna sjukförsäkring presenteras också, liksom en genomgång av hur skattningarna i undersökningen tagits fram.

Genomgående är resultatet att det finns tydliga skillnader i sjuklighet mellan kvinnor och män. I samtliga studerade åldersgrupper gäller att kvinnor har en högre sannolikhet att insjukna än män, och även vad det gäller avvecklingen finns tydliga skillnader mellan könen och de olika åldersgrupperna. I åldersgruppen 40-45 år syns tydligast att kvinnor genomgående är sjuka under längre tid än män. Slutsatsen är att den sammanlagda effekten av skillnader mellan könen i insjuknande och sjukavveckling visar att det finns statistiskt underlag för bolagen att tillämpa olika premier för sjukförsäkrade kvinnor och män.

Antaganden inom sjukförsäkring

De antaganden som används inom sjukförsäkring gäller väsentligen dels sådant som är sjukfallsrelaterat - incidens (ett mått för hur många som insjuknar i ett försäkringsbestånd) och avveckling (ett mått för hur snabbt utbetalningar för inträffade sjukfall upphör på grund av rehabilitering eller dödsfall), dels omkostnader och marknadsbaserade antaganden som ränta och inflation. För att ett försäkringsbolag ska kunna beräkna sitt behov av försäkringstekniska avsättningar för sjukförsäkring, alltså sitt behov av kapital för att finansiera framtida utbetalningar för inträffade kända sjukfall, behövs inte något antagande om insjuknandefrekvens, incidens, däremot ett antagande om hur länge sjukfallen kommer att vara, avveckling.

Omkostnadsnivån och behovet av avsättningar för IBNR (*eng. Incurred But Not Reported*, det vill säga kapitalbehovet för utbetalningar i redan inträffade sjukfall som dock ännu inte kommit till bolagets kännedom) är båda mycket beroende av den specifika sjukförsäkringsprodukten och situationen inom det enskilda försäkringsbolaget och passar därför inte för en branschövergripande studie. Antaganden om diskonteringsränta och inflation bör göras utifrån aktuell makroekonomisk situation, på samma sätt som görs inom livförsäkring.

Datamaterial och datakvalitet

För att SUS skulle bli heltäckande inbjöds alla svenska livförsäkringsbolag och pensionskassor att delta i undersökningen och ombads att leverera sjukstatistik från kalenderåren 2000-2007. SUS har baserats på statistik om individuella sjukförsäkringar, gruppsjukförsäkringar, sjukförsäkringar kopplade till tjänstepensioner, premiebefrielseförsäkringar kopplade till individuella liv- och pensionsförsäkringar och premiebefrielseförsäkringar kopplade till tjänstepensioner. Försäkringar som enbart betalar ut engångsbelopp vid sjukdom har ej tagits med, eftersom någon avveckling där inte går att studera.

Ett praktiskt problem kan vara att uppgifter om försäkrat bestånd av sjukförsäkringar och skadeuppgifter hanteras i olika datasystem i bolagen, något som gör incidensstatistik svår att sammanställa. Genomgående har det visat sig svårare att ta fram uppgifter av hög kvalitet för premiebefrielseförsäkring än för sjukförsäkring. Noggranna avstämningar har gjorts med bolagen för att säkra upp en

hög datakvalitet.

Inga jämförelser har gjorts med offentlig sjukförsäkringsstatistik från Försäkringskassan.

Tidigare undersökningar, svensk sjukförsäkringshistorik

Ett kapitel handlar om svensk sjukförsäkringshistorik och beskriver både hur försäkringsbolagen tidigare arbetat med beräkningsmetoder, till exempel principer för försäkringstekniska antaganden, och de regelbundna sjuklighetsundersökningar som gjorts av branschen gemensamt eller av enstaka aktörer.

Internationella jämförelser

Sist i SUS-rapporten görs en internationell utblick som beskriver hur sjukförsäkring bedrivs i några utvalda länder inom och utom Norden. Korta beskrivningar görs av bland annat prissättning och beräkning av försäkringstekniska avsättningar.

Arbetsgruppen

Arbetsgruppen har bestått av Erik Alm, Gunnar Andersson, Bengt von Bahr, Erland Ekheden, Åsa Larson, Ellinor Samuelsson och Christian Stotzer Salmerón. Visst bidrag till den internationella utblicken har också lämnats av Hanna Scherp. Veronicka Hjorter har bidragit till avsnittet om jämförelser mellan olika grundsystem under 1900-talet.

Kapitel 1

Svenska sjukförsäkringsprodukter

I detta kapitel följer en översiktlig genomgång av de vanligaste sjukförsäkringsprodukterna som meddelas på den svenska försäkringsmarknaden.

1.1 Typer av sjukförsäkring

1.1.1 Vad är sjukförsäkring?

En sjukförsäkring definieras som en försäkring som ger ersättning vid råkad oförmåga att arbeta på grund av sjukdom eller olycka som inträffar under försäkringstiden. Försäkringen är tänkt att till viss del kompensera det inkomstbortfall som då eventuellt uppstår. Vanligast är att den ger ett månatligt belopp under den tid den försäkrade är helt eller delvis arbetsoförmögen. Utbetalningen upphör om den försäkrade återfår sin arbetsförmåga eller avlider och pågår som längst till försäkringstidens slut.

Ofta bestäms försäkringstiden av pensionsåldern (65 år). Det förekommer dock en del korta sjukförsäkringar som ger ersättning i ett, två eller tre år. Dessutom finns det sjukförsäkringar som betalar utestående skuld på till exempel kreditkort och avbetalningsköp.

1.1.2 Karenstid

För att undvika frekventa utbetalningar vid kort sjuktid har en sjukförsäkring normalt en så kallad karenstid. För denna första sjuktid betalas inte någon ersättning från försäkringen.

Vanligast i Sverige är att karenstiden är tre månader, eller ibland 90 dagar. Tidigare har det varit vanligt att karenstiden gäller tills det att den försäkrade konstaterats vara långtidssjuk. Det har då kopplats till att den sjuke fått sjukersättning enligt lagen om allmän försäkring (tidigare kallat förtidspension). Villkor av denna typ är numera mindre vanliga, och de kan då vara kopplade till att den sjuke skall ha varit sjuk en viss tid, exempelvis 30 av de senaste 36 månaderna.

I vissa fall kan försäkringen gälla från en kort karenstid, medan ersättningen från försäkringen efter ett tag ändras, normalt kopplat till motsvarande fluktuationer i de offentliga försäkringssystemen. Detta beror på att sjukförsäkringen är avsedd att täcka upp det behov av skydd som ligger ovanför vad de offentliga systemen ger.

1.1.3 Sjukskrivning och rätt till ersättning

Historiskt har definitionen av sjukdom varit kopplad till sjukskrivning via Försäkringskassan, antingen direkt i villkoren eller indirekt via praxis. Numera är normalt försäkringen fristående från det offentliga skyddssystemet, även om försäkringsgivaren oftast kontrollerar och tar hänsyn till vilken bedömning som Försäkringskassan har gjort. Exempelvis ger en sjukförsäkring normalt inte ersättning om den försäkrade är sjukskriven av andra orsaker än sjukdom eller olycksfall.

Å andra sidan är det inte ovanligt att försäkringen ger ersättning även om den försäkrade står till arbetsmarknadens förfogande under en kortare period mellan två sjukskrivningsperioder. Att försäkringen ger ersättning trots att Försäkringskassan gjort bedömningen att sjukskrivning inte medges förekommer också.

1.1.4 Sjukskrivningens ersättning till den försäkrade och ersättningens storlek

De flesta sjukförsäkringar ger ersättning vid sjukdom, oavsett vilken sjukdom som den försäkrade drabbats av, med rent försäkringsmässiga undantag som att försäkringen inte gäller vid självförvållad skada.

Vissa försäkringar har dock undantag för vissa namngivna diagnoser, så kallade subjektiva diagnoser. Det gäller då främst sjukdomstillstånd där det ibland kan vara svårt att bedöma både svårigheten av problemen och orsakerna till dem. Dessa undantag kom till i början eller mitten av det första decenniet av 2000-talet, då antalet sjukskrivningar av psykiska och stressrelaterade orsaker ökade kraftigt.

Ersättningar från sjukförsäkringar är ofta indexerade, det vill säga beloppen växer med tiden. Orsaken till detta är att försäkringen också skall ersätta den antagna ökning i inkomst som den försäkrade går miste om på grund av att han eller hon är arbetsoförmögen. Löneinkomster stiger över tiden och då bör även försäkringsersättningen göra det. Vanligt är då att ersättningen är indexerad med prisbasbeloppet.

De flesta sjukförsäkringar ger, som diskuterats ovan, ersättning i form av ett månatligt belopp. Det förekommer dock också sjukförsäkringar som ger ersättning i form av ett engångsbelopp, ofta kallat förtidskapital eller sjukkapital. Det är då oftast kopplat till att den försäkrade är långtidssjuk, exempelvis via ett krav på sjukskrivning 30 av de senaste 36 månaderna.

1.1.5 Hälsoprövning vid tecknandet av försäkringen

I samband med tecknande av en sjukförsäkring görs normalt en riskbedömning av den försäkrades hälsa. Riskbedömningen kan för små belopp vara mycket enkel, kanske bara en kontroll att försäkringstagaren var fullt arbetsför vid försäkringens tecknande, dock oftast i kombination med krav på ett högsta antal sjukskrivningsdagar de senaste månaderna, exempelvis högst 14 dagar de senaste 6 månaderna. Vid önskemål om tecknande av högre försäkringsbelopp görs mer fullständiga hälsokontroller, ibland även med ekonomisk utredning om behovet av försäkringsskyddet.

1.1.6 Begreppet arbetsoförmåga

Vid fullständig (det vill säga 100%) arbetsoförmåga erhålls full ersättning från sjukförsäkringen. Det är dock vanligare att man fastställer en arbetsoförmåga som är mätt i procent av full arbetsoförmåga, eller snarare att man mäter arbetsförmågan som en procent av full arbetsförmåga. Vid sådana fall betalar oftast sjukförsäkringen ut motsvarande andel av försäkringsbeloppet, till exempel vid

deltidssjukskrivning. Ofta finns ett minimikrav om arbetsförmåga för att försäkringen överhuvudtaget ska ge rätt till ersättning, 25%, 50% eller 75%.

1.2 Olika sätt att teckna försäkringen

Sjukförsäkring kan förmedlas på olika sätt. Allra vanligast är att en sjukförsäkring erhålls via en löneanställning och ingår i det förmånspaket som man får som anställd, ofta via kollektivavtalen. Förmånerna i försäkringen är då direkt kopplade till lönen och är avsedda att fylla på det offentliga försäkringssystemet så att den försäkrade totalt får en inkomst som är en viss (ofta 80) procent av sin tidigare arbetsinkomst. För högre löner är procenttalet ofta lägre än 80.

Sjukförsäkring säljs även ofta som frivillig gruppförsäkring. Beloppen är då ofta ganska små och avsikten med försäkringen är att den skall ge ett extra skydd ovanpå det som ges av den offentliga sjukförsäkringen och den försäkring man har via sin anställning. Gruppförsäkring distribueras antingen via företag eller via föreningar och organisationer. Premien kan betalas via ett medlemskap av föreningen/organisationen, av arbetsgivaren eller av den försäkrade själv.

Det är också vanligt med individuellt tecknade sjukförsäkringar, där försäkringen tecknas av den försäkrade själv som också betalar försäkringspremien. Dessa kan liksom gruppförsäkringar ge ett skydd ovanför det man har via staten och via sin anställning. De kan också ersätta den sjukförsäkring man har via sin anställning, särskilt för egenföretagare.

Främst för småföretagare förekommer också försäkringar, benämnda sjukavbrottsförsäkringar, som ger ersättning under kortare tider, normalt till högst två år efter insjuknandet, för att täcka de fasta kostnader som företaget har under den tid då företaget förlorar intäkter på grund av en nyckelpersons arbetsförmåga.

1.3 Överförsäkring

En sjukförsäkring skall ge ett skydd mot förlust av inkomst vid sjukdom/arbetsförmåga. Det är inte avsikten att försäkringen skall ge ersättning utöver den inkomst man skulle ha haft om man vore frisk. Dels strider en sådan produkt mot normala försäkringsprinciper efter-

som den ger en större ersättning än den förlust som den försäkrade gör, dels ger den incitament till att "bli sjuk" och, vid inträffad sjukdom, incitament till att inte aktivt försöka återgå till arbete. Man har därför infört regler om överförsäkring.

Vanligast är en gräns vid 90% av förvärvsinkomsten före sjukdomsfallet. Under perioden 1995-2004 understöddes denna gräns av ett allmänt råd från Finansinspektionen med denna innebörd. 2008 infördes en lag som begränsar Försäkringskassans ansvar i de fall kollektivavtalad sjukförsäkring eller sjuklön skulle ge en ersättning som tillsammans med sjukpenningen skulle överstiga 90%-gränsen.

Om det vid skadereglering visar sig att den försäkrade är överförsäkrad, skall försäkringsbeloppet jämkas neråt så den totala sjukersättningen hålls inom överförsäkringsgränsen. En försäkrad kan ha sjukförsäkringar i olika bolag, men försäkringsbolagen har organiserat ett gemensamt skaderegistreringsregister, GSR, som bland annat hjälper bolagen att se om den ersättningskrävande också kräver ersättning från annat bolag. För egenföretagare kan ibland särskilda konstruktioner göras eftersom egenföretagare ofta inte tar ut alla frukter av sitt arbete som lön ur sitt företag utan istället fonderar uppkomna medel i företaget.

1.4 Premiefrielseförsäkring

En sjukförsäkring ersätter normalt den lön försäkringstagaren skulle ha haft om han vore i tjänst. Den arbetsoförmögne förlorar dessutom framtida ersättning genom förlust av ålderspensionsrättigheter. Detta motverkar man genom särskilda premiefrielseförsäkringar.

Vid inträffad arbetsoförmåga betalas ålderspensionspremien från premiefrielseförsäkringen, vilken därmed ur aktuariell synpunkt fungerar som en sjukförsäkring och rent tekniskt och beräkningsmässigt kan hanteras på väsentligen samma sätt av försäkringsbolagen. Överförsäkringsregler gäller inte för premiefrielseförsäkringar, eftersom de ersätter pensionspremier och inte lön. Det förekommer premiefrielseförsäkringar som ger 100% ersättning även vid partiell arbetsoförmåga, även om sådana numera är ovanliga.

1.5 Andra försäkringsformer

Det finns andra sorters försäkringar som är kopplade till risken att bli sjuk. Exempelvis ingår en viss ersättning för förlorad arbetsinkomst i de flesta barnförsäkringar och inom vissa olycksfallsförsäkringar.

Ett annat exempel är försäkring mot kritisk sjukdom som ger ersättning om den försäkrade drabbas av vissa fördefinierade sjukdomar. Den försäkringen är dock inte till sin storlek kopplad till lön eller förlust av arbetsinkomst, utan är liksom en vanlig livförsäkring en summaförsäkring. Utomlands förekommer också långvårdsförsäkring, vilken ger ersättning om den försäkrade inte kan klara av normala dagliga aktiviteter såsom att klä på sig och äta. Dessa typer av försäkringar har inte studerats av SUS och diskuteras därför inte i övrigt i denna skrift.

Kapitel 2

Markovmodell för sjukförsäkring

I detta kapitel skall vi diskutera en modell som kan användas för beskrivning av sjukförsäkring. Vi kommer att gå igenom vad vi menar med olika tillstånd som den försäkrade kan befinna sig i och särskilt fokusera på övergång mellan de olika tillstånden. Modellen kommer sedan att ligga till grund för den statistiska analys som vi i senare kapitel kommer att göra på existerande bestånd av sjukförsäkringar.

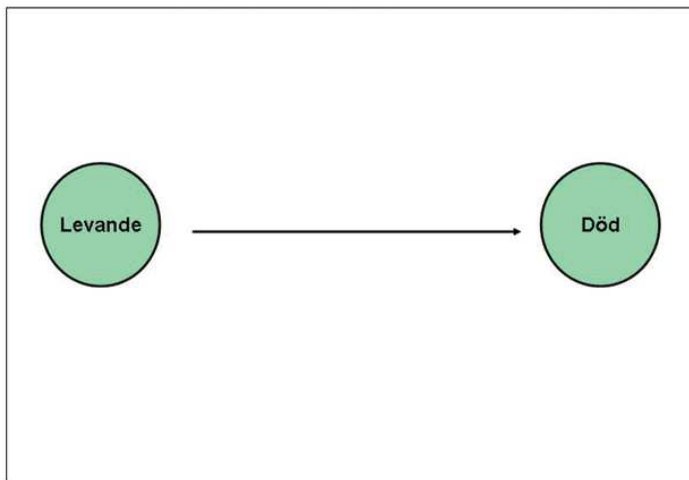
2.1 Möjliga tillstånd i sjukförsäkring

Man kan tänka sig olika alternativa sätt att modellera sjukförsäkring. Vi skall använda oss av en så kallad *tillståndmodell* vilket är praktiskt då det intuitivt är bekvämt att föreställa sig olika tillstånd som en försäkring kan befinna sig i.

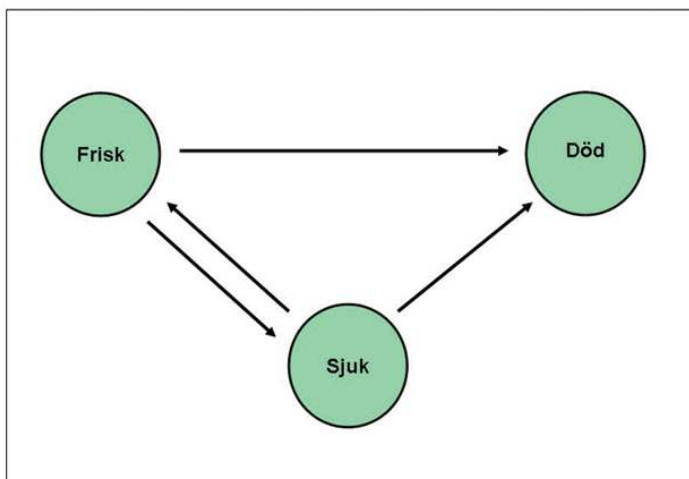
Låt oss först titta på hur en naturlig modell för en enkel *livförsäkring* kan se ut. Vi illustrerar det enklast med en figur, se Figur 2.1. Möjliga tillstånd för en vanlig livförsäkring brukar, som man också kan se i figuren, betecknas med *Levande* och *Död*.

Inom *sjukförsäkring* ges den enklaste formen genom att man till tillstånden i en livförsäkring lägger möjligheten för individen att vara *Sjuk*. Möjliga tillstånd för försäkringen blir då *Frisk*, *Sjuk* och *Död*. Tillstånden illustreras i Figur 2.2. Observera att denna beskrivning bara är en av flera möjliga illustrationer.

En utvidgning av modellen kan till exempel vara att man skiljer



Figur 2.1: *Tillstånden i en livförsäkring*



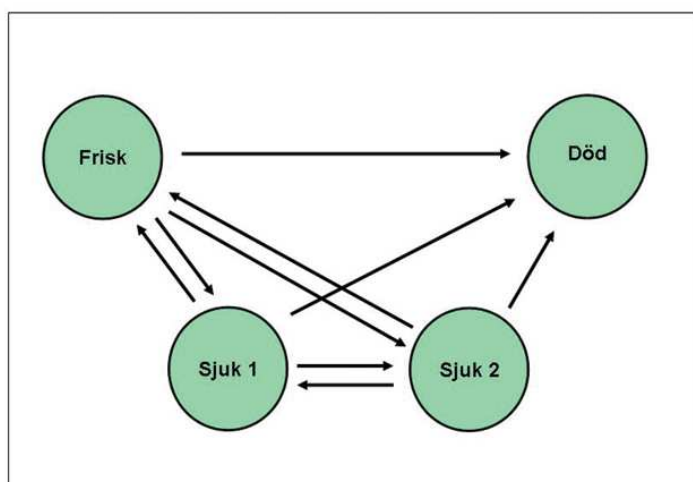
Figur 2.2: *Tillstånden i en enkel sjukförsäkring*

på olika sjukdomstillstånd. Det är då möjligt att man från tillståndet *Frisk* kan gå till olika tillstånd *Sjuk*, exempelvis *Sjuk 1* och *Sjuk 2*.

Man kan tänka sig fler än två sjuktillstånd men för att inte krångla till för mycket nöjer vi oss med att illustrera utvidgningen med två sjuktillstånd.

Övergångar mellan tillstånden *Sjuk 1* och *Sjuk 2* kan tillåtas, liksom att övriga tillstånd också kan tänkas nås från tillstånden *Sjuk 1* och *Sjuk 2*. Vi får då en tillståndsmodell som illustreras i Figur 2.3.

Ytterligare resonemang omfattande mer komplexa versioner av sjukförsäkringar finns att studera i [1].



Figur 2.3: Tillstånden i en komplicerad sjukförsäkring

Exempel på situationer när man kan behöva använda sig av fler sjukdomstillstånd är exempelvis när man vill särredovisa olika specifika sjukdomar och kanske undanta dem från ersättning i en sjukförsäkringsprodukt.

Slutligen skall vi diskutera problemet med att övergångarna mellan tillstånd ofta beror av den tid man tillbringat i ett tillstånd.

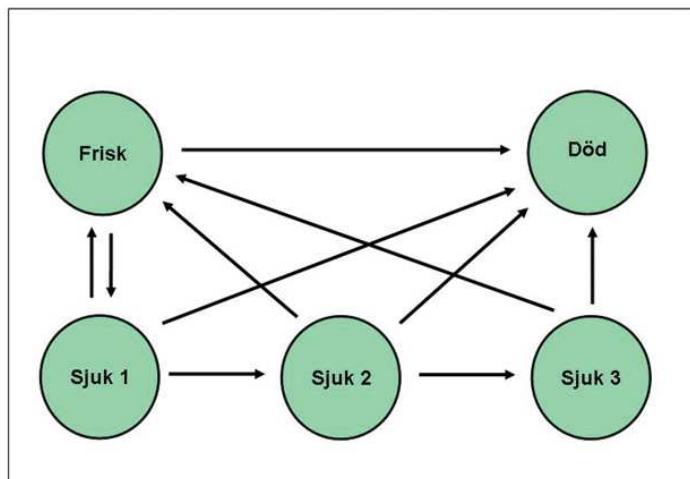
Det är naturligt att man tänker i termer av Markovteori i samband med personförsäkringar. Livförsäkring, med två möjliga tillstånd varav ett är absorberande, är en trivial variant och det känns onödigt att använda sig av Markovteori för att modellera en dylik försäkring.

Hanteringen av sjukförsäkring kräver lite mer eftertanke och det visar sig finnas en del svårigheter. För att Markovteorin skall fungera

i denna enkla form krävs att övergångarna mellan tillstånd ska vara oberoende av tid tillbringad i varje tillstånd. Det är normalt inte fallet i vanlig sjukförsäkring. Om man vill applicera Markovteori när man modellerar sjukförsäkring behöver man därför göra vissa förenklingar.

Ett sätt att förenkla är att man delar upp den tid en individ befinner sig i ett sjukdomstillstånd och på så sätt inför ett antal tillstånd som representerar olika stadier i en sjukdom. De korrekta övergångsintensiteterna mellan tillstånden kan då, för respektive sjukdomstillstånd, approximeras med intensiteter som är oberoende av den tid individen spenderat i respektive tillstånd.

En möjlig beskrivning av tillstånden och övergångar mellan olika tillstånd ges i Figur 2.4. Vi tar ett exempel där vi delat in sjukdomstiden i tre möjliga tillstånd.



Figur 2.4: Tillstånden i en sjukförsäkring med olika sjukdomar

Man kan fortsätta att utveckla olika uppsättningar av tillstånd som kan användas för att beskriva mer eller mindre sofistikerade situationer.

Vi diskuterar här inte fler illustrationer, ej heller lägger vi ner mer tid på att teoretisera kring olika övergångar mellan tillstånd i dessa mer komplicerade modeller. Vi kommer därför nu att övergå

till att mer i detalj beskriva den modell som vunnit störst genomslag i Sverige.

2.2 Vald modell i sjukförsäkring

2.2.1 Markovegenskapen i sjukförsäkring

Den teknik som illustrerats i föregående avsnitt, är en variant av Markovteori. Emellertid kan man inte, som diskuterats ovan, använda Markovteori fullt ut när man beskriver sjukförsäkring. Detta beror på att det i praktiken ej finns ett oberoende mellan insjuknandeålder och hur lång tid man vistas i olika tillstånd.

Mer precist, givet utfallsrum och sannolikhetsmått, (Ω, P) , och ett ändligt tillståndsrum $\mathcal{E} = \{Frisk, Sjuk, Död\} = \{\mathcal{F}, \mathcal{S}, \mathcal{D}\}$ definierar vi en stokastisk process $\{\xi(\tau); \tau \in R_+\}$. Tillståndsrummet $\mathcal{E}$ är ändligt och övergångarna mellan tillstånden sker kontinuerligt i tiden. Den stokastiska processen $\xi(\tau)$ anger det tillstånd individen befinner sig i vid tidpunkten τ .

Observera att eftersom vi förutsätter att individen är frisk vid tecknandet av försäkringen har vi, för individ i , att $\xi_i(0) = \mathcal{F}$. Notera vidare att övergångar mellan alla tillstånd inte är möjliga.

Markovegenskapen innebär att framtiden inte är beroende av historien utan enbart av nuet. Den kan skrivas som

$$P(\xi(t+s) = j \mid \xi(u); u \leq t) = P(\xi(t+s) = j \mid \xi(t)), \\ \forall j \in \mathcal{E}, s, t, u > 0. \quad (2.2.1)$$

I de situationer där Markovegenskapen inte är fullt uppfylld brukar man ibland prata om *semi-Markovprocesser*. Begreppet brukar oftast användas i situationer där Markovegenskapen enbart är uppfylld om *nuet* är en hopptidpunkt. Så snart man har lämnat en hopptidpunkt tappar man alltså markoviteten.

Att vi tappar markoviteten är inget större problem men det är viktigt att beakta det faktum att Markovegenskapen inte är helt uppfylld.

Den modell som vi skall diskutera är den enkla modellen av sjukförsäkring, den modell som har sin grund i Figur 2.2.

Vi låter δ vara den ränteintensitet som vi diskonterar betalningsströmmarna i försäkringen med. Vidare inför vi en *dödlighetsintensitet*, som beror av åldern x och betecknas med μ_x , precis som inom livförsäkring, som reglerar övergång till tillståndet *Död*. Observera att man kan nå tillståndet *Död* från såväl tillståndet *Frisk* som från tillståndet *Sjuk* vilket vi kan markera genom att använda notationen μ_x^F respektive μ_x^S .

Vi definierar en *insjuknandeintensitet*, som också beror av åldern x vilken beskriver intensiteten att övergå från tillståndet *Frisk* till tillståndet *Sjuk*. Vi betecknar den med ν_x .

Övergången från tillståndet *Sjuk* till tillståndet *Frisk* kallas för en *reaktivering* och övergångsintensiteten betecknas ι_x , också den beroende av åldern x .

I enlighet med vad vi diskuterat ovan är alltså sannolikheten att hoppa mellan olika tillstånd i vissa fall beroende av såväl ålder vid inträdet i aktuellt tillstånd som tid tillbringad i tillståndet.

Övergångar mellan tillstånden ges av övergångsintensiteterna, beroende enbart av den försäkrades ålder och inte durationen i försäkringen. Övergångsintensiteterna kan sammanfattas i

$$\Gamma_x(t) = \begin{pmatrix} - & \nu_x & \mu_x^F \\ \iota_x(t) & - & \mu_x^S(t) \\ 0 & 0 & - \end{pmatrix} \quad (2.2.2)$$

där

- ν_x = insjuknandeintensitet från Frisk till Sjuk
- ι_x = avvecklingsintensitet från Sjuk till Frisk
- μ_x^F = dödlighetsintensitet från Frisk till Avliden
- μ_x^S = dödlighetsintensitet från Sjuk till Avliden

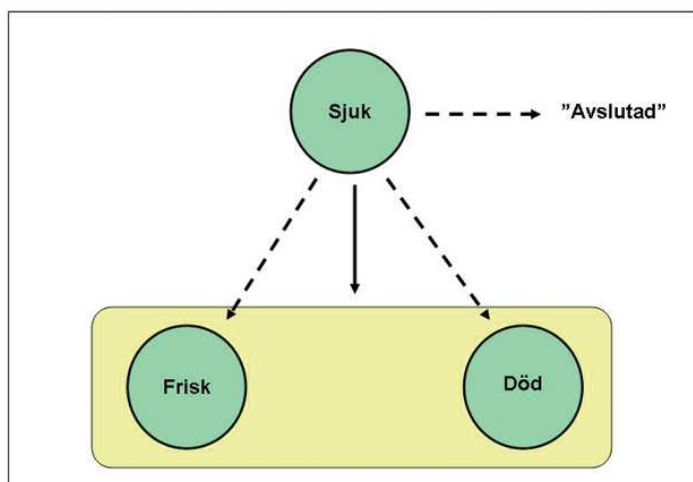
I matrisen Γ_x har vi infört ett nytt begrepp, *sjukfallets duration* t . Vi skiljer på *försäkringens duration* τ och *sjukfallets duration* t .

När individen tecknar sjukförsäkringen har individen en inträdesålder i försäkringen, x_0 . Om vi låter τ vara försäkringens duration gäller att $\tau = 0$ då individen har åldern x_0 .

Då försäkringsfall inträffar, det vill säga då den försäkrade individen inträder i tillståndet *Sjuk*, måste man skilja på individens ålder vid insjuknande och försäkringsfallets duration. Sjukfallets duration anges med t och tidpunkt för insjuknande inträffar då individen har åldern x .

I praktiken håller vi emellertid inte reda på till vilket tillstånd en individ hoppar då individen lämnar tillståndet *Sjuk*. Vi inför begreppet *Avveckling* som representerar det faktum att vi lämnar tillståndet *Sjuk* där övergången sker till endera av tillstånden *Frisk* eller *Död*.

Avveckling är alltså inget eget tillstånd. Detta är illustrerat i Figur 2.5. I figuren har vi också angett möjligheten att försäkringen av annat skäl lämnar populationen. Det kan ske genom att den *annulleras* eller av annat skäl måste utgå ur populationen. Det betecknas med *Avslutad* i figuren. *Avveckling* anges med $\mathcal{A}$.



Figur 2.5: Vald avvecklingsmodell

Betrakta nu en individ i som tecknar en sjukförsäkring. Individen ingår i en population individer som normalt tecknar sjukförsäkring vid inbördes olika tidpunkter.

När försäkringen tecknas befinner sig individen i tillståndet *Frisk*, åtminstone är det ett normalt krav från försäkringsgivaren. Huruvida det är uppfyllt hanteras på särskilt sätt som vi inte diskuterar här.

Övergångar mellan tillstånden *Frisk* och *Sjuk* kan ske upprepade gånger. Tillståndet *Död* däremot är ett absorberande tillstånd. Tillståndet *Sjuk* kan lämnas genom en *Avveckling* för vilken vi anger en så kallad *avvecklingsintensitet*, $\psi_x(t)$, som beror av x som är insjuknandeålder hos individen och tid i tillståndet *Sjuk*, t .

2.2.2 Stokastisk modell

Vid analys av ett sjukförsäkringsbestånd skiljer man normalt på *insjuknandet* och *avvecklingen*. Insjuknandet är, som diskuterats ovan, beroende av försäkringens duration genom individens växande ålder. Avvecklingen från tillståndet *Sjuk* däremot är beroende av såväl ålder vid insjuknandet som tid i tillståndet *Sjuk*.

Till att börja med inför vi stokastiska variabler som beskriver de olika tiderna som en individ kan befinna sig i olika tillstånd. Vi gör det genom följande definition.

Definition 2.2.1 *Betrakta en individ som tecknar en sjukförsäkring.*

Vi definierar

- S_x = återstående frisktid för en x -årig frisk individ
- T_x = återstående livslängd för en x -årig individ
- $U_x(t)$ = återstående sjuktid för en sjuk individ som var x år vid insjuknandet och varit t år i tillståndet *Sjuk*

Observera att variablerna S_x och U_x beskriver tid i givna tillstånd, *Frisk* respektive *Sjuk*, medan variabeln T_x ej föreskriver att individen skall vara kvar i tillståndet *Frisk* hela tiden utan också kan ha hoppat till tillståndet *Sjuk*. Eftersom vi inte vet orsaken till *Avveckling* kan inte denna modell användas fullt ut till att beskriva den sanna dödlighetsintensiteten.

Genom att studera S_x får vi information om insjuknandeintensiteten ν_x . Sannolikheten att en frisk person i åldern x år insjuknar under ett *litet* åldersintervall dx ges av $\nu_x dx$.

Vi skall nu koncentrera oss på avvecklingsintensiteten $\psi_x(t)$ och särskilt är vi intresserade av sannolikheten att individen, som var sjuk vid åldern $x+t$, lämnar tillståndet *Sjuk* under tidsintervallet $(t, t+dt)$. Tidsintervallet $(t, t+dt)$ antages vara sådant att dt antages vara litet.

Det är då rimligt att anta att den sökta sannolikheten är proportionell mot längden på intervallet. Denna proportionalitetsfaktor är lika med den övergångsintensiteten ψ som introducerades ovan. Sannolikheten kan då skrivas som $\psi_x(t)dt$.

Den sökta sannolikheten kan nu formuleras med hjälp av den stokastiska variabeln U_x som $P(t < U_x(0) \leq t + dt \mid U_x(0) > t)$. Utan inskränkning kan vi anta att $U_x(0)$ har kontinuerlig fördelning och vi låter dess fördelningsfunktion vara $F_{U_x(0)}$.

Vi inför dessutom den så kallade *avvecklingsfunktionen* λ som definieras som sannolikheten att kvarstå som sjuk efter en viss tidsperiod givet att individen var sjuk vid tidsperiodens början. Vi får då

$$\begin{aligned} P(t < U_x(0) \leq t + dt \mid U_x(0) > t) &= \frac{P(t < U_x(0) \leq t + dt)}{P(U_x(0) > t)} = \\ &= \frac{F_{U_x(0)}(t + dt) - F_{U_x(0)}(t)}{1 - F_{U_x(0)}(t)} = -\frac{\lambda_x(t + dt) - \lambda_x(t)}{\lambda_x(t)}. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Vi har då etablerat relationen

$$\psi_x(t) \cdot dt \approx -\frac{\lambda_x(t + dt) - \lambda_x(t)}{\lambda_x(t)} \quad (2.2.4)$$

vilket kan skrivas som

$$\psi_x(t) \approx -\frac{1}{dt} \frac{\lambda_x(t + dt) - \lambda_x(t)}{\lambda_x(t)}. \quad (2.2.5)$$

Eftersom vi antagit att vi har en avvecklingsintensitet är λ -funktionen deriverbar och då fås, genom att låta $dt \rightarrow 0$,

$$\psi_x(t) = -\frac{\lambda'_x(t)}{\lambda_x(t)}. \quad (2.2.6)$$

Man kan konstatera att vi på detta sätt har definierat en fördelning som beskriver tid i tillståndet *Sjuk* för en individ som är x år vid insjuknandet.

Uttrycket (2.2.6) har sitt analoga uttrycket inom teorin för livförsäkring. Det finns alltså ett analogt samband mellan *överlevelsefunktionen* l inom livförsäkring och *avvecklingsfunktionen* λ inom sjukförsäkring respektive *dödlighetsintensiteten* μ inom livförsäkring och *avvecklingsintensiteten* ψ inom sjukförsäkring.

Vi sammanfattar nu sambanden mellan avvecklingsintensitet och avvecklingsfunktionen i följande definition.

Definition 2.2.2 *Låt λ vara avvecklingsfunktionen för en sjukförsäkring och låt x vara den ålder då individen insjuknar. Vi antar vidare att avvecklingsfunktionen är deriverbar. Med ψ menar vi sjukförsäkringens avvecklingsintensitet definierad genom*

$$\psi_x(t) = -\frac{\lambda'_x(t)}{\lambda_x(t)}, \quad t > 0.$$

Vidare gäller att

$$\lambda_x(t) = e^{-\int_0^t \psi_x(s) ds}, \quad t > 0.$$

Antagandet att avvecklingsfunktionen är deriverbar är inte att betrakta som någon allvarlig inskränkning.

Vid beräkning av reserven (den försäkringstekniska avsättningen) för en pågående sjukförsäkringsutbetalning diskonteras de framtida beloppen med en lämplig riskfri ränta. Anledningen är att det belopp som bolaget avsätter för de framtida utbetalningarna väntas ge avkastning. I princip beräknas reserven V enligt följande formel

$$V = \int_0^w e^{-\delta t} \cdot B(t) \cdot P(\text{utbetalning skall ske vid tidpunkten } t) dt \quad (2.2.7)$$

I denna formel räknas tiden t från värderingstidpunkten och den löper från 0 fram till den avtalade sista utbetalningstidpunkten w . Faktorn δ är räntintensiteten och $B(t)$ är utbetalningsbeloppets intensitet vid tidpunkten t . Räntintensiteten svarar mot en nominell ränta, som i skrivande stund ligger på cirka 3%. Sannolikheten i formeln bestäms av avvecklingsfunktionen λ .

I många sjukförsäkringsprodukter växer utbetalningarna med inflationen. Då antas beloppets intensitet växa med en inflationsintensitet i , så att $B(t) = B(0) \cdot e^{it}$. Formeln för reserven blir då

$$\begin{aligned} V &= \int_0^w e^{-\delta t} \cdot B(0) \cdot e^{it} \cdot P(\text{utbetalning vid tidpunkten } t) dt = \\ &= B(0) \cdot \int_0^w e^{-(\delta-i)t} \cdot P(\text{utbetalning vid tidpunkten } t) dt \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Här uppkommer en real ränteintensitet $\delta - i$, som i skrivande stund (december 2010) ligger kring 1%.

2.3 Svenska finansieringsformer för liv- och sjukförsäkring

Som nämnts ovan finns en viss likhet mellan livförsäkring och sjukförsäkring. I ett brett perspektiv omfattar livförsäkring såväl riskförsäkring, där ett engångsbelopp betalas ut, som en typ av försäkring där en annuitet betalas ut till en eller flera förmånstagare. Livförsäkring kan bero av ett eller flera individers liv. Inom sjukförsäkring betalas en annuitet ut (ett månadsbelopp) till en förmånstagare under den period sjukfallet pågår.

Så som svensk sjukförsäkring bedrivs definieras den normalt som en ettårig riskförsäkring. Premien är därmed ettårig och betalas i förskott.

Sjukförsäkring har också vissa likheter med vanlig pensionsförsäkring. En typisk pensionsförsäkring kan delas upp i tre perioder; den *premiedragande*, den *förvaltande* och den *utbetalande*.

De premier som betalas in under premiedragande perioden kan, nyttjande olika metoder, användas för att finansiera utbetalningarna. Tre metoder används på den svenska marknaden.

Den kanske enklaste metoden är *fördelningsmetoden* (eng: *pay-as-you-go method*) som innebär att årets premieinbetalningar används för att täcka kostnaden för årets utbetalningar inom det aktuella kollektivet. Denna metod upplevs ofta som den mest riskfyllda för den som utfäster pensionsåtaganden, och kanske också då för pensionsmottagaren.

Den metod som på senare tid blivit mer förhärskande är den så kallade *premiereservmetoden* (eng: *premium reserve method*). Den går ut på att man under den premiedragande perioden bygger upp ett kapital, som sedan förvaltas och därefter fortsätter att växa till under den eventuella förvaltande perioden. När sedan försäkringsfallet inträffar, det vill säga när den försäkrade går i pension, skall det kapital som finns uppbyggt i den försäkrades premiereserv motsvara det aktuariella värdet av de förväntade framtida utbetalningarna. Denna metod är den metod som skapar störst trygghet åt den som utfäster pensionsåtaganden och kanske också för den som är mottagare av utbetalningarna.

Den tredje metoden är ett mellanting mellan de två nämnda metoderna. Den kallas för *kapitaltäckningsmetoden* (eng: *capital adequacy method*). Metoden går ut på att man då försäkringsfallet inträffar avsätter den aktuariella reserv som krävs för att kunna bestrida alla framtida förväntade utbetalningar som den pensionsmottagande individen har rätt till.

Om man jämför dessa tre former för finansiering av ålderspensioner ser man att sjukförsäkring, som den normalt bedrivs i Sverige, är ett exempel på kapitaltäckningsmetoden.

Kapitel 3

Skattningsteknik

Att kunna prissätta en sjukförsäkringsprodukt korrekt kräver att vi har en god kunskap om såväl insjuknandet som hur länge man kvarstår som sjuk. Vi skall i detta kapitel diskutera en teknik som kan användas för att skatta dessa. Problemet kan delas upp i två delar, dels skattning av *insjuknandeintensiteten* och dels skattning av *avvecklingsfunktionen*.

Till vår hjälp har vi en population av sjukförsäkringar. Populationen kommer att delas upp i delpopulationer och skattningar kommer att göras för dessa olika delpopulationer, exempelvis olika kön och olika produkttyper. Nedan utgår vi från att vi redan har bestämt delpopulationerna och studerar en delpopulation i taget. Dock gör vi i senare kapitel jämförelser mellan olika delpopulationer.

Den modell som vi använder oss av är beskriven i Kapitel 2. I korthet förfogar vi över ett utfallsrum och sannolikhetsmått, (Ω, P) , och ett ändligt tillståndsrums $\mathcal{E} = \{Frisk, Sjuk, Död\} = \{\mathcal{F}, \mathcal{S}, \mathcal{D}\}$. Vi definierar en stokastisk process $\{\xi(\tau); \tau \in R_+\}$ som anger det tillstånd individen befinner sig i vid tidpunkten τ , räknat från det att försäkringen tecknades. Med $\xi_i(\tau)$ menar vi alltså tillståndsfunktionen för individ nummer i vid försäkringsdurationen τ .

Vi vill kunna skatta tid till avveckling för en individ. Det gör vi via den stokastiska variabeln $U_x(t)$, se Definition 2.2.1, som beskriver *återstående sjuktid när individen var x år vid insjuknandet och efter t år i tillståndet Sjuk*. Via dess fördelningsfunktion, som antas vara kontinuerlig, definierar vi *avvecklingsfunktionen* $\lambda_x(t)$ som *sannolikheten att kvarstå som sjuk efter tiden t givet att individen insjuknade vid åldern x* . Vi har att $F_{U_x(t)}(s) = P(U_x(t) \leq s) = 1 - \lambda_{x+t}(s)$.

Då vi antar att λ_x är deriverbar existerar avvecklingsintensiteten $\psi_x(s) = \frac{f_{U_x(0)}(s)}{1 - F_{U_x(0)}(s)} = -\frac{\lambda'_x(s)}{\lambda_x(s)}$ där $f_{U_x(0)}$ är täthetsfunktionen för $U_x(0)$. Argumentet x står här för faktisk ålder och ej insjuknandeålder.

I mer generell litteratur benämns den *hazard-rate-funktionen* (eng. *hazard-rate function*). Vi har också behov av att definiera den så kallade *kumulativa hazard-rate-funktionen* (eng. *cumulative hazard-rate function*) som $\Psi_x(t) = \int_0^t \psi_x(s) ds$ för $U_x(t)$ där vi för våra ändamål kunnat använda 0 som den nedre integrationsgränsen istället för $-\infty$.

Slutligen kan vi skriva överlevnadsfunktionen som $\lambda_{x+t}(s) = 1 - F_{U_x(t)}(s) = P(U_x(t) > s) = e^{-\Psi_{x+t}(s)}$.

3.1 Skattning av insjuknande

Vi skall skatta insjuknandeintensiteten ν_x . Som nämnts ovan förutsätts att en individ i som tecknar en sjukförsäkring är frisk vid tecknandet, det vill säga vi har att $\xi_i(0) = \mathcal{F}$. Eftersom ålder är en så pass avgörande faktor för insjuknandeintensitet kommer vi att särskilja insjuknanden beroende på ålder.

Vi observerar alltså en population under en viss observationsperiod, benämnd Σ , ofta lika med ett kalenderår, och noterar antalet individer för vilka *rätten till ersättning inträder* under observationsperioden. I populationen ingår individer som någon gång under observationsperioden uppbär ersättning, medan vi börjar räkna sjuktiden från första sjukdagen.

För att komma vidare måste vi vara lite mer precisa vad vi menar med *åldern* x . Åldern växer under observationsperioden Σ och vi måste därför förtydliga vad vi menar med åldern x . Normalt kan man tänka sig två alternativ. Antingen menar man med åldern x de individer som vid observationsperiodens början har fyllt x år eller väljer man att definiera åldern x som de som under Σ insjuknar och har en *exakt ålder* i intervallet $(x - \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2})$. Vi väljer av praktiska skäl den senare tolkningen.

Vi kan nu göra följande definition.

Definition 3.1.1 *Betrakta en godtycklig individ i en population av individer som tecknat sjukförsäkring och är frisk vid tidpunkten för tecknandet av försäkringen. Att en individen har åldern x då individen insjuknar innebär att individens exakta ålder ligger i intervallet $(x - \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2})$. Vi låter då*

$$M_x(\Sigma) = \# (\text{sjukförsäkrade individer i åldern } x \text{ för vilka} \\ \text{rätt till ersättning inträffade under } \Sigma).$$

Vi måste också mäta hur många försäkringar som är under risk, det vill säga storleken på populationen för olika åldrar x . Man måste emellertid räkna med att populationsstorleken ändras löpande. Orsakerna är nyinträden och olika former av utträden ur populationen. Dessa är i huvudsak dödsfall och annulation av försäkringen.

Vi använder oss av N_x för att ange populationsstorleken för en given ålder x , där x definieras enligt ovan. Storleken på populationen ändras med tiden, stokastiskt, vilket innebär att vi måste ange vid vilken kalendertidpunkt som vi avser. Vi gör följande definition

Definition 3.1.2 *Betrakta en godtycklig individ i en population av individer som tecknat sjukförsäkring och är frisk vid tidpunkten för tecknandet av försäkringen. Att en individen har åldern x då individen insjuknar innebär att individens exakta ålder ligger i intervallet $(x - \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2})$. Låt σ vara en kalendertidpunkt där varje individ ingående i nämnda (del-)population är frisk och äger rätt att, vid insjuknande, kunna få ersättning. Vi låter då*

$$N_x(\sigma) = \# (\text{sjukförsäkrade individer i åldern } x, \text{ som vid tidpunkten } \sigma, \\ \text{vid inträffad sjukdom, har rätt att uppbära ersättning}).$$

Storheten $N_x(\sigma)$ är alltså ett mått på antalet individer *under risk* vid tidpunkten σ . Nu studerar man normalt en population över en tid, exempelvis ett år vilket innebär att vi måste mäta *risktiden för populationen under Σ* .

Ett praktiskt sätt att göra det är att använda oss av medelantalet försäkringar under risk under den aktuella observationsperioden.

Om vi inför beteckningen $\Sigma = (\sigma_{min}, \sigma_{max})$ bildar vi därför skattningen

$$\hat{N}_x(\Sigma) = \frac{N_x(\sigma_{min}) + N_x(\sigma_{max})}{2}. \quad (3.1.1)$$

Skattningen i högerledet av (3.1.1), är den vi kommer att använda för att skatta $N_x(\Sigma)$.

Vi kan därför, för varje ålder x beräkna en lämplig skattning av insjuknandeintensiteten, ν_x , relaterad till den aktuella observationsperioden Σ , genom

$$\hat{\nu}_x(\Sigma) = \frac{M_x(\Sigma)}{\hat{N}_x(\Sigma)}. \quad (3.1.2)$$

3.2 Skattning av avveckling

Avvecklingen av ett sjukfall kan, som nämnts i Kapitel 2, ske på olika sätt. Vi nöjer oss med att titta på avveckling till tillstånden *Frisk* och *Sjuk* sammantaget som vi kallar för *Avveckling*. För den skull har vi definierat dels en *avvecklingsintensitet* ψ_x och dels en *avvecklingsfunktion* λ_x . Avvecklingen är beroende av två variabler, dels ålder vid insjuknandet och dels durationen i sjukfallet t . Därutöver finns det andra kriterier för att dela in en population i olika delpopulationer som har berörts ovan.

Till vårt förfogande har vi ett antal observationer under en observationsperiod Σ . Vad vi däremot saknar är information om vad som hänt efter observationsperioden slut. Vi saknar också mycket information om vad som hänt före observationenstidens början. Man brukar tala om olika typer av *censurering* av data. Vi återkommer till detta nedan.

Vi kommer att beskriva två närbesläktade tekniker för att skatta avvecklingen. De två teknikerna benämns *Nelson-Aalen-teknik* respektive *Kaplan-Meier-teknik*. Föga förvånande kan man också härleda ett approximativt samband mellan de två teknikerna vilket diskuteras nedan. För att underlätta förståelsen för de två metoderna återkopplar vi här till en del begrepp som vi infört i Kapitel 2.

3.2.1 Kaplan-Meier-estimat - överlevnadsfunktionen

Den teknik som går under benämningen Kaplan-Meier är väl dokumenterad och finns återgiven i många böcker om överlevnadsteori. En Kaplan-Meier estimator brukar också kallas för en *(eng.) product-limit-estimator* och används för att estimerar överlevnadsfunktioner. Vanligt är att den används i medicinska sammanhang men den har en lika självklar plats inom aktuariell teknik.

Med vår aktuariella nomenklatur formuleras skattningstekniken som följer.

Definition 3.2.1 *Givet en bestämd (del-)population, låt $\lambda_x(t)$ vara sannolikheten att en individ, från populationen av storleken N , som hade åldern x vid insjuknandet, har en återstående tid som överstiger t i tillståndet Sjuk. Antag vidare att vi observerar tidpunkterna då individer avvecklas från tillståndet Sjuk. De observerade tidpunkterna*

$$t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \dots \leq t_N$$

är då individerna avvecklas. Vidare inför vi storheten n_i som är antalet sjuka individer exakt innan tidpunkten t_i . Antalet avvecklade individer vid tidpunkten t_i är d_i .

Kaplan-Meier-estimatoren av $\lambda_x(t)$ är den icke-parametriska maximum-likelihood-estimatoren som har formen

$$\hat{\lambda}_x^{KM}(t) = \prod_{t_i < t} \frac{n_i - d_i}{n_i} = \prod_{t_i < t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right).$$

Observera att $\hat{\lambda}_x^{KM}(t)$ är vänsterkontinuerlig. Man kan, om man har skäl för det, välja en högerkontinuerlig variant på $\hat{\lambda}_x^{KM}(t)$ där produkten görs över $t_i \leq t$ istället för $t_i < t$.

Det är också viktigt att hantera censurerade fall på ett korrekt sätt. Om det ej föreligger censurerade data är n_i lika med antalet överlevare omedelbart före t_i . Om det föreligger censurering är n_i lika med antalet fortfarande sjuka i populationen omedelbart före t_i , oavsett om censurering har skett eller inte.

3.2.2 Nelson-Aalen-estimat - kumulativa hazard-rate-funktionen

Uppgiften är att skatta den kumulativa hazard-rate-funktionen som vi diskuterat ovan, $\Psi_x(t) = \int_0^t \psi_x(s) ds$. Eftersom vi har relationen $\lambda_x(t) = e^{-\Psi_x(t)}$ finns det uppenbart samband mellan Kaplan-Meier-skattningen ovan och Nelson-Aalen-skattningen. I grunden är det samma teknik som används för att skatta storheterna och vi sammanfattar skattningstekniken i följande definition.

Vi utgår från samma antaganden och förutsättningar som i Definition 3.2.1 ovan och gör följande definition.

Definition 3.2.2 *Givet en bestämd (del-)population, låt $\lambda_x(t)$ vara sannolikheten att en individ, från populationen av storleken N , som hade åldern x vid insjuknandet, har en återstående tid som överstiger t i tillståndet Sjuk. Antag vidare att vi observerar tidpunkterna då individer avvecklas från tillståndet Sjuk. De observerade tidpunkterna*

$$t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \dots \leq t_N$$

är då individerna avvecklas. Vidare inför vi storheten n_i som är antalet individer under risk exakt innan tidpunkten t_i . Antalet avvecklade individer vid tidpunkten t_i är d_i . Nelson-Aalen-estimatorn av $\Psi_x(t)$ ges av

$$\hat{\Psi}_x(t) = \sum_{t_i < t} \frac{d_i}{n_i}.$$

Slutligen får vi sambandet

$$\hat{\lambda}_x^{NA}(t) = e^{-\hat{\Psi}_x(t)}. \quad (3.2.1)$$

3.2.3 Jämförelse mellan de två estimaten - Kaplan-Meier och Nelson-Aalen

Det existerar ett ganska enkelt samband mellan en Kaplan-Meier estimator och en Nelson-Aalen estimator. I praktiken är den negativa logaritmen av Kaplan-Meier-estimatorn en bra approximation av

Nelson-Aalen-estimatorn av $\Psi_x(t)$. Med användande av notationen i den här boken kan det approximativa sambandet formuleras som

$$-\ln(\hat{\lambda}_x^{KM}(t)) = -\sum_{t_i < t} \ln\left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right) \approx \sum_{t_i < t} \frac{d_i}{n_i} = \hat{\Psi}_x(t) = -\ln(\hat{\lambda}_x^{NA}(t)). \quad (3.2.2)$$

Omvänt får man att

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_x^{NA}(t) &= \exp\left(-\hat{\Psi}_x(t)\right) = \exp\left(-\sum_{t_i < t} \frac{d_i}{n_i}\right) = \prod_{t_i < t} e^{-\frac{d_i}{n_i}} \approx \\ &\approx \prod_{t_i < t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right) = \hat{\lambda}_x^{KM}(t). \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Man kan också visa att $\hat{\lambda}_x^{KM}(t) < e^{-\hat{\Psi}_x(t)}$.

Genom detta approximativa samband mellan de två estimationsmetoderna för att skatta avvecklingsfunktionen inser man att det i stort är egalt vilken estimator man använder, man uppnår i princip samma resultat. Valet är mer en fråga om vad som är praktiskt i olika situationer. Möjligen är det mer vanligt att man använder sig av avvecklingsfunktionen då den har ett mer praktiskt användningssområde än den kumulativa hazard-rate-funktionen.

3.3 Utjämning av skattad avvecklingsfunktion

Vid utjämning av observerade data för avvecklingsfunktionen är det naturligt att använda sig av olika former av exponentialfunktioner. Att söka bland en större funktionsklass ger inte i denna tillämpade situation något extra.

Avvecklingen beror både av insjuknandeålder och duration, det vill säga tid till avveckling. Därför måste utjämningsfunktionen vara beroende av såväl insjuknandeålder som duration i tillståndet *Sjuk*.

Det innebär att det är lämpligt att söka utjämningsfunktionen bland funktioner med följande egenskaper

$$h_x(t) = \sum f(x, t) \cdot e^{g(x, t)}. \quad (3.3.4)$$

Funktionerna $f(x, t)$ och $g(x, t)$ väljs ofta som kombinationer av linjära funktioner och exponentialfunktioner i x och t även om det inte är nödvändigt att begränsa sig till dessa funktionsklasser.

Av praktiska skäl är det sedan lämpligt att välja funktioner med så få parametrar som möjligt involverade. Historiskt har antalet exponentialpolynom som använts varit cirka fem stycken. Beroende på utseendet av polynomen f och g kan det innebära att antalet parametrar blir ganska många.

Orsaken till att man behöver använda ett flertal exponentialfunktioner är att de ofta behövs för att fånga olika durationsperioder i en sjukdom. Det är också viktigt att kunna fånga beroendet i f av både x och t där så är lämpligt.

Detta val har använts i [9]. Detta val av funktion visade sig kunna hantera högre åldrar och durationer särskilt bra samtidigt som antalet parametrar är förhållandevis få. Funktionen är vald också för att vara särskilt lämplig för att kunna göra bra försäkringstekniska avsättningar. Det innebär att risken för att individer antas hoppa från tillståndet *Sjuk* för tidigt är under kontroll.

Tekniken för att bestämma lämpligt val av funktionen h är att variera f och g och medelst minstakvadratanpassning se vilket val som ger bäst anpassning. Det visade sig att det bästa valet för våra ändamål var

$$\lambda_x(t) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \cdot e^{-d_i \cdot (t-0,25)} \quad (3.3.5)$$

där

$$f_i(x) = a_i + b_i \cdot e^{c_i \cdot x}, \quad f_n(x) = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} f_i(x) \quad (3.3.6)$$

och där a_i , b_i , c_i och d_i (OBS: nytt d_i) är konstanter medan x är insjuknandeålder i år och t är antalet år från insjuknandetidpunkten.

Notera att $\lambda_x(0, 25) \equiv 1$, vilket innebär att vi per definition får en funktion som är ett vid $t = 0, 25$, detta därför att vi i den här studien valt att enbart studera sjukfall som pågått i minst 90 dagar. Resultaten visar således avvecklingen givet att sjukfallet varat i minst 90 dagar.

Parametervärden a_i , b_i , c_i och d_i , för $i = 1, \dots, n$, fås genom att bestämma de som minimerar

$$\sum_{j=1}^m \left(\lambda_x(t_j, a_i, b_i, c_i, d_i) - \hat{\lambda}_x(t_j) \right)^2. \quad (3.3.7)$$

Summationen görs över alla durationer t_j då insjuknande observerats. Efter en del experimenterande valdes $n = 4$.

Givetvis är det möjligt att välja $\lambda_x(t)$ på många olika sätt och vi har i arbetet med att hitta en funktion prövat en mängd olika ansatser både med och utan bivillkor på parametrarna. Den funktion som vi slutligen valde är kontinuerlig i både x och t . Dock valde vi av praktiska skäl inte bivillkoret i anpassningen att $d\lambda_x(t)/dt < 0$, alla t , vilket skulle kunna vara en nackdel eftersom Kaplan-Meier kurvan alltid är avtagande.

3.4 Ofullständiga data

Normalt i en undersökning av denna karaktär får man räkna med att data inte är fullständiga. Ofullständigheten kan bero på olika saker. Ofta saknas relevant information. Beroende på vad som är ofullständigt och hur ofullständigheten ser ut bör man åtgärda det på olika sätt. Här skall vi ta upp de vanligaste varianterna på ofullständiga data.

Det mest frekventa exemplet på ofullständiga data är *censurerade data*. Censurerade data delas upp i olika typer och de som är mest relevant för vårt behov är så kallade *vänstercensurerade* och *högercensurerade data*. Vi utgår från en undersökningsperiod (c_v, c_h) där observationer som uppfyller ett lämpligt kriterium inom (c_v, c_h) ingår i undersökningen. Vad vi är intresserade i denna undersökning är de individer som under någon del av undersökningsintervallet har uppburit ersättning.

3.4.1 Vänstercensurering

Den mest typiska varianten av *vänstercensurering* är när den observerade försäkringen redan vid tiden c_v befinner sig i tillståndet *Sjuk*. Det innebär att försäkringens duration s är större än 0 vid c_v .

Vänstercensurering är inte något större problem emedan de data som är tillgängliga för individen är *insjuknandedatum* vid den tidpunkt då observationsperioden inleds.

3.4.2 Högercensurering

Högercensurering kan bero på ett antal olika orsaker. De är

- Avsaknad av information om sjukfallets upphörande
- Individen har gått i pension
- Individen har slutat få sjukpension och får istället ålderspension

Den första orsaken innebär att vi saknar information från och med någon tidpunkt. Dessa olika situationer måste behandlas på olika sätt och till skillnad från vänstercensurering innebär det att ofullständigheten gör att observationen ofta behöver uteslutas ur undersökningen.

3.5 Beräkningsexempel av avveckling

För att tydliggöra den teori som beskrivits i Avsnitt 3.2 följer här ett exempel på hur insamlad data används för beräkning av avvecklingen. Analysen görs steg för steg och vi utgår från en population av en viss given storlek som studeras under tidsperioden, σ_{min} till σ_{max} , där varje försäkrad antas vara x år gammal vid tiden σ_{min} .

3.5.1 Dataunderlag

Analysen av avvecklingen görs på 20 sjukfall som har valts ut, i ett illustrativt syfte, ur det insamlade datamaterial från den aktuella observationsperioden 2000-01-01 till 2007-12-31 som beskrivs i Kapitel 4. Data för de 20 sjukfallen återfinns i Tabell 3.1. I exemplet görs ingen skillnad mellan män och kvinnor.

För enkelhetens skull antas att alla försäkrade insjuknar vid samma ålder. Sjuktiden definieras som tiden mellan insjuknande plus karenstid, det vill säga den tidpunkt då den försäkrade har rätt till ersättning, och fram tills dess då den försäkrade avvecklas. Här kan

det inträffa att individen avvecklas (hoppas) till tillståndet *Frisk*. Individen kvarstår då i populationen och kan till och med återkomma som sjuk under den aktuella observationsperioden som en ny observation. Om individen avvecklas (hoppas) till tillståndet *Död* kvarstår inte individen i populationen.

Avveckling kan, som diskuterats ovan, ske antingen genom att den försäkrade tillfrisknar eller dör. Ett sjukfall kan också avföras ur undersökningen/populationen (avslutas) genom att försäkringstiden upphör eller fortfarande vara aktivt vid observationsperiodens slut, så kallade högercensurerade sjukfall. Alla sjukfall inkluderas i analysen oberoende av avgångsorsak, men censurerade och icke-censurerade sjukfall behandlas olika i beräkningarna.

Vidare antas att samtliga sjukfall har tre månaders karenstid samt att sjukdatum är det datum då individen insjuknade. Sjuktiden med rätt till ersättning beräknas som tiden från rätt till ersättning inträdde till avvecklingsdatum, oavsett om den försäkrade insjuknat före eller under observationstiden.

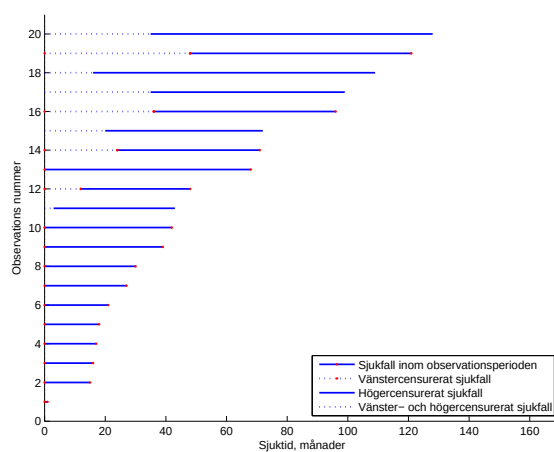
Om den försäkrade insjuknat före observationsperiodens början räknas även tiden som den försäkrade inte var under risk ut, det vill säga hur länge före observationstidens början som den försäkrade insjuknade, se kolumn fem i Tabell 3.1.

Sjukfallen sammanfattas grafiskt i Figur 3.1. Figuren visar att analysen utgår från att alla sjukfall antas börja vid samma tidpunkt t_0 , det vill säga att vi antar att alla försäkrade var lika gamla då de insjuknade.

Vänstercensurerade sjukfall behandlas något annorlunda. Även för dessa sjukfall görs antagandet om de försäkrade var i ålder x vid t_0 , men eftersom sjukfallen är vänstercensurerade så finns ingen information mellan tiden t_0 och den tidpunkt då sjukfallen inkluderades i undersökningen. Beräkningarna av dessa sjukfalls avveckling kommer att ta hänsyn till hela sjukfallens längd men de ingår i populationen under risk, n_i , först efter den sjuktid som inträffade mellan observationsperiodens och t_0 . I Figur 3.1 illustreras den tid som förflöt innan observationsperiodens början med streckade linjer.

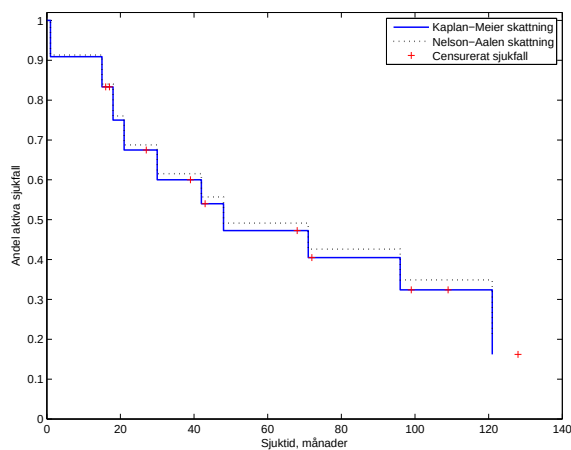
3.5.2 Skattningar

Vi skattar avvecklingsfunktionerna med både Kaplan-Meier-metoden, se Avsnitt 3.2.1, och Nelson-Aalen-metoden, se Avsnitt 3.2.2. Resultat



Figur 3.1: *Rapporteringsperiod och rapporterade sjukfall i beräknings-exemplet*

tatet visas i Figur 3.2. Båda metoderna ger förändringar i avvecklingsfunktionen då ett sjukfall avgår genom tillfrisknande eller den försäkrade avlider och ger således hopp i grafen vid dessa tidpunkter. De sjukfall som fortfarande är under risk när försäkringstiden upphör behandlas som högercensurerade och ger ingen förändring av avvecklingsfunktionen.



Figur 3.2: *Kaplan-Meier- och Nelson-Aalen-skattningar av avvecklingsfunktionerna*

Precis som påpekas i diskussionen i Avsnitt 3.2.3 är avvecklingsfunktionen i Figur 3.2 beräknad med Kaplan-Meier-metoden något lägre än motsvarande beräknad med Nelson-Aalen-metoden.

I Tabell 3.2 visas alla händelser under observationsperioden. Sjukfall inkluderas i studien genom att de försäkrade var sjuka när studien inleddes (vänstercensurering) eller insjuknar under observationsperioden. Sjukfall exkluderas ur studien på grund av att försäkringstiden eller observationsperioden upphör (högercensurering) eller den försäkrade tillfrisknar eller dör.

Då det enbart är avgångarna på grund av tillfrisknande eller dödsfall som har betydelse för skattningen av avvecklingsfunktionen innehåller motsvarande tabeller som Tabell 3.2 genererade av programvara som till exempel SAS, endast de icke-censurerade sjuktiderna och motsvarande Kaplan-Meier-skattningar respektive Nelson-Aalen-skattningar.

3.5.3 Utjämning av skattad avvecklingsfunktion

Då beräkningsexemplet ovan innehåller för få observationer för att göra en relevant utjämning av avvecklingsfunktionen, görs ingen sådan. Teorin för hur en utjämning görs finns återgiven i Avsnitt 3.3.

Observation	Insjuknandedatum	Avvecklingsdatum	Antal mån sjuktid exkl. karenstid	Antal mån före t_0	Högercensurering
1	2005-05-01	2005-09-01	1	0	Nej
2	2004-05-01	2005-11-01	15	0	Nej
3	2002-07-01	2004-02-01	16	0	Ja
4	2003-07-01	2005-03-01	17	0	Ja
5	2001-05-01	2003-02-01	18	0	Nej
6	2000-01-01	2002-01-01	21	0	Nej
7	2005-07-01	2007-12-31	27	0	Ja
8	2002-05-01	2005-02-01	30	0	Nej
9	2004-07-01	2007-12-31	39	0	Ja
10	2003-05-01	2007-02-01	42	0	Nej
11	1999-10-01	2003-08-01	43	3	Ja
12	1999-01-01	2003-04-01	48	12	Nej
13	2001-07-01	2007-06-01	68	0	Ja
14	1998-01-01	2004-03-01	71	24	Nej
15	1998-05-01	2004-08-01	72	20	Ja
16	1997-01-01	2005-04-01	96	36	Nej
17	1997-02-01	2005-08-01	100	35	Ja
18	1998-09-01	2007-12-31	109	16	Ja
19	1996-01-01	2006-05-01	121	48	Nej
20	1997-02-01	2007-12-31	127	34	Ja

Tabell 3.1: *Dataunderlag för beräkningsexempel*

t	n_i	Vänster- censurerade sjukfall	d_i	Höger- censurerade sjukfall	$\frac{n_i-d_i}{n_i}$	$\hat{\lambda}_x^{KM}(t)$	e^{-d_i/n_i}	$\hat{\lambda}_x^{NA}(t)$
0	11	0	0	0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1	11	0	1	0	0,9091	0,9091	0,9131	0,9131
3	11	1	0	0	1,0000	0,9091	1,0000	0,9131
12	12	1	0	0	1,0000	0,9091	1,0000	0,9131
15	12	0	1	0	0,9167	0,8333	0,9200	0,8401
16	12	1	0	0	1,0000	0,8333	1,0000	0,8401
16	12	0	0	1	1,0000	0,8333	1,0000	0,8401
17	11	0	0	1	1,0000	0,8333	1,0000	0,8401
18	10	0	1	0	0,9000	0,7500	0,9048	0,7601
20	10	1	0	0	1,0000	0,7500	1,0000	0,7601
21	10	0	1	0	0,9000	0,6750	0,9048	0,6878
24	10	1	0	0	1,0000	0,6750	1,0000	0,6878
27	10	0	0	1	1,0000	0,6750	1,0000	0,6878
30	9	0	1	0	0,8889	0,6000	0,8948	0,6155
35	10	2	0	0	1,0000	0,6000	1,0000	0,6155
36	11	1	0	0	1,0000	0,6000	1,0000	0,6155
39	11	0	0	1	1,0000	0,6000	1,0000	0,6155
42	10	0	1	0	0,9000	0,5400	0,9048	0,5569
43	9	0	0	1	1,0000	0,5400	1,0000	0,5569
48	8	0	1	0	0,8750	0,4725	0,8825	0,4915
48	8	1	0	0	1,0000	0,4725	1,0000	0,4915
68	8	0	0	1	1,0000	0,4725	1,0000	0,4915
71	7	0	1	0	0,8571	0,4050	0,8669	0,4260
72	6	0	0	1	1,0000	0,4050	1,0000	0,4260
96	5	0	1	0	0,8000	0,3240	0,8187	0,3488
99	4	0	0	1	1,0000	0,3240	1,0000	0,3488
109	3	0	0	1	1,0000	0,3240	1,0000	0,3488
121	2	0	1	0	0,5000	0,1620	0,6065	0,2116
128	1	0	0	1	1,0000	0,1620	1,0000	0,2116

Tabell 3.2: Sammanställning av samtliga händelser i exemplet

Kapitel 4

Observationer och skattningar

Materialet till sjuklighetsundersökningen samlades in under hösten och vintern 2008/2009. Som grund för rapporteringen användes *Instruktion för rapportering till Försäkringsförbundets sjuklighetsundersökningar (2008-09-11)*, se [19]. Sammanlagt har cirka 230 000 sjukfall rapporterats från totalt 16 bolag: AMF Pension, Aspis Liv, Bliwa, Folksam Liv, FPK, Handelsbanken Liv, KPA, Länsförsäkringar Liv, Moderna Liv & Pension, Nordea Liv och Pension, SalusAnsvar, SEB Trygg Liv, Skandia, SPP, Swedbank samt Trygg-Hansa.

Sjuklighetsincidens (insjuknande) och avveckling har rapporterats separat av bolagen. Nedan redogörs för dataunderlaget för respektive rapportering. De praktiska resultaten av SUS-undersökningen redovisas i Kapitel 5. En specifik diskussion om könsskillnader vad gäller sjuklighet förs i Kapitel 6.

4.1 Sjuklighetsincidens

Sjuklighetsincidensen är ett mått på risken att insjukna. I data-materialet ingår förutom sjukfall från vanlig sjukförsäkring, vilken ger ersättning vid inkomstbortfall, även sjukfall från försäkringar med engångsutbetalningar för vissa namngivna sjukdomar.

Då syftet med rapporteringen av sjuklighetsincidensen varit att studera skillnader i insjuknande mellan kvinnor och män har inga enskilda försäkringsfall rapporterats utan rapporteringen har skett

på aggregerad nivå för tidsperioden 2000-2007. Det innebär att det endast är medelantalet försäkrade kvinnor respektive medelantalet försäkrade män i varje åldersklass som har rapporterats samt det totala antalet försäkrade kvinnor respektive män i varje åldersklass som har fått ersättning från sjukförsäkring under perioden 2000-2007.

I rapporteringen ingår inte olycksfallsmomentet i kombinerade sjuk- och olycksfallsprodukter, men höga incidenskvoter för unga män tyder på att olycksfallsdelen ändå har rapporterats i vissa fall, dessa har vi försökt rensa bort.

4.2 Avveckling av sjukfall

Sjuklighetsundersökningens huvudsakliga syfte har varit att studera sjukfallens längd och avveckling. Samtliga sjukfall som någon gång uppburit försäkringsersättning under perioden 2000-2007 har studerats, oavsett när insjuknandet skedde.

Försäkringarna har delats in i fyra delbestånd; frivillig sjukförsäkring, obligatorisk sjukförsäkring, frivillig premiefrielseförsäkring och obligatorisk premiefrielseförsäkring. I varje delbestånd ingår både försäkringar med och utan hälsoprövning.

Sjukfallen har rapporterats in tillsammans med den försäkrades ålder och kön. Eftersom avvecklingsfunktionerna tas fram för olika åldersgrupper har en indelning gjorts i åldersgrupper om fem år från och med 25 års ålder, dock har 60 till 62-åringar studerats i en egen åldersgrupp. I varje åldersgrupp har medelvärdet av åldrarna använts för beräkning av avvecklingsfunktionen för respektive åldersgrupp.

Från och med då den försäkrades ålder (ålder vid insjuknandet och totala sjuktiden sammanlagt) överstiger 63 år antas sjukfall endast avvecklas genom dödsfall. Även då det enbart är ett fåtal kvar under risk antas det enbart ske avveckling genom dödsfall och avvecklingsfunktionen följer därmed en förenklad befolkningsdödlighet enligt Tabell 4.1.

Ingen analys har alltså gjorts på sjukfall där den försäkrade insjuknat efter 62 år. Detta är på grund av att en stor andel av de försäkrade som avgår i 65-årsåldern har rapporterats som tillfrisknade, medan man snarare kan misstänka att försäkringstiden har tagit slut på grund av att den försäkrade uppnått 65 års ålder. En närmare analys har dock inte kunnat göras då endast uppgifter om den försäkrades

Ålder	Kvinnor	Män
-45	0,96	3,60
45-50	1,80	3,60
50-55	3,24	3,60
55-60	5,16	6,00
60-65	8,04	9,60

Tabell 4.1: Använd dödlighet i promille för olika åldrar

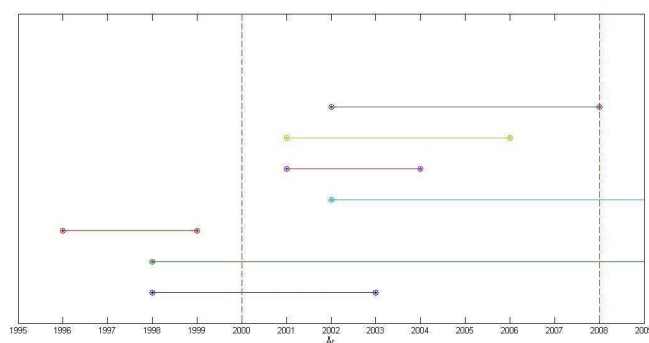
födelseår varit tillgängliga och inte exakt födelsedatum.

Det går alltså inte att se i datamaterialet om försäkringen avgått exakt i samband med 65-årsdagen eller vid annat tillfälle och därför har analysen av avvecklingen endast gjorts fram till och med 62 års ålder för alla sjukfall.

För vissa sjukfall är insjuknandedatumet okänt, medan det är känt att individen varit sjuk vid observationsperiodens början. Dessa har rapporterats som så kallade vänstercensurerade sjukfall. Problemet kan uppstå vid till exempel vid beståndsöverlåtelse då insjuknandedatum inte förs över (eller registrerats korrekt) från avgivande försäkringsbolag till det mottagande. De sjukfall som har rapporterats som vänstercensurerade och saknar insjuknadedatum har inte tagits med i dataunderlaget för undersökningen eftersom det inte finns någon information om sjukfallets längd. Vidare har inte heller sjukfall med okänt avgångsdatum och/eller avgångsorsak så kallade högercensurerade inkluderats i dataunderlaget.

I den fortsatta texten kommer vi att även benämna sjukfall med känt insjuknadedatum där den försäkrade insjuknade innan observationsperiodens början för vänstercensurerade. Dessa sjukfall har inkluderats i studien på så sätt som beskrivs i Avsnitt 3.5.

Figur 4.1 illustrerar de sjukfall som rapporterats in till sjuklighetsundersökningen. Alla sjukfall som inträffat inom rapporteringsperioden (mellan de streckade linjerna) eller påbörjats innan rapporteringsperioden och fortfarande är aktiva under rapporteringsperioden ingår i undersökningen. Sjukfall med insjuknadedatum före rapporteringsperioden i Figur 4.1 kan ha erhållit ersättning under rapporteringsperioden men är i alla fall inte inkluderade i undersökningen. Det är alltså insjuknande- och avvecklingsdatum som styr huruvida ett sjukfall inkluderas i sjuklighetsundersökningen eller inte.



Figur 4.1: *Rapporteringsperiod, 2000-2007, och rapporterade sjukfall med kalenderutsträckning*

Sjukfall som har rapporterats utan karenstid har inte inkluderats i undersökningen, eftersom det inte går att fastställa sjukfallets längd. Även sjukfall med så kallad R-karens¹ har exkluderats ur undersökningsmaterialet av samma anledning.

Det är viktigt att notera att det i rapporteringen inte har gjorts någon aggregering på försäkringstagarnivå och en försäkringstagare kan därför förekomma flera gånger i samma eller flera olika bolag. Det är alltså avvecklingen av försäkringsfall som har studerats och inte tillfrisknandet av enskilda individer.

4.2.1 Frivilligt tecknad sjukförsäkring

Med frivillig tecknad sjukförsäkring avses individuella försäkringar och vissa grupp-försäkringar där de försäkrade själv har valt att teckna försäkringen utifrån det behov av sjukförsäkring de tycker sig ha och den risk de anser sig vara utsatta för. I det studerade delbeståndet ingår alla försäkringar där försäkringstypen är antingen frivilligt tecknad sjukförsäkring utan hälsoprövning, frivilligt tecknad sjukförsäkring med förenklad hälsoprövning, frivilligt tecknad sjukförsäkring med full hälsoprövning och övrig frivilligt tecknad sjukförsäkring enligt sjuklighetsundersökningens instruktion, se [19].

¹Rörlig karens, som motsvaras av den tid som förflyter fram till dess den försäkrade blir berättigad till sjukbidrag eller förtidspension, enligt lagen om allmän försäkring var det begrepp som användes före 2009 då reglerna för långvarig sjukersättning ändrades.

Delbeståndet består av totalt 54 907 sjukfall, däribland 24 446 kvinnor och 30 461 män. Åldersfördelningen hos sjukfallen vid insjuknandet visas i Figur 4.2 och Figur 4.3. Figurerna visar att antalet sjukfall bland kvinnor är störst i åldern 50 till 54 år och bland män i åldern 55 till 59 år. Åldersstrukturen hos sjukfallen skiljer sig åt mellan män och kvinnor. Medan männen har en mer markant ökning av antalet sjukfall med stigande ålder ligger antalet sjukfall bland kvinnorna på en mer jämn nivå med stigande ålder.

Figur 4.2 och Figur 4.3 visar även andelen vänster- och/eller höger-censurerade sjukfall samt andelen ocensurerade sjukfall. Andelen censurerade sjukfall skiljer sig åt något mellan män och kvinnor, sjukfallen bland män innehåller en högre andel censurerade sjukfall än sjukfallen bland kvinnorna. Drygt hälften av alla rapporterade sjukfall bland män är censurerade åt något håll, störst är andelen högercensurerade sjukfall. För både män och kvinnor är andelen vänstercensurerade sjukfall relativt liten. I figurerna använder vi åldersgrupp 1, 2,... och i Tabell 4.2 nedan visas vilket åldersintervall som ingår i respektive åldersgrupp.

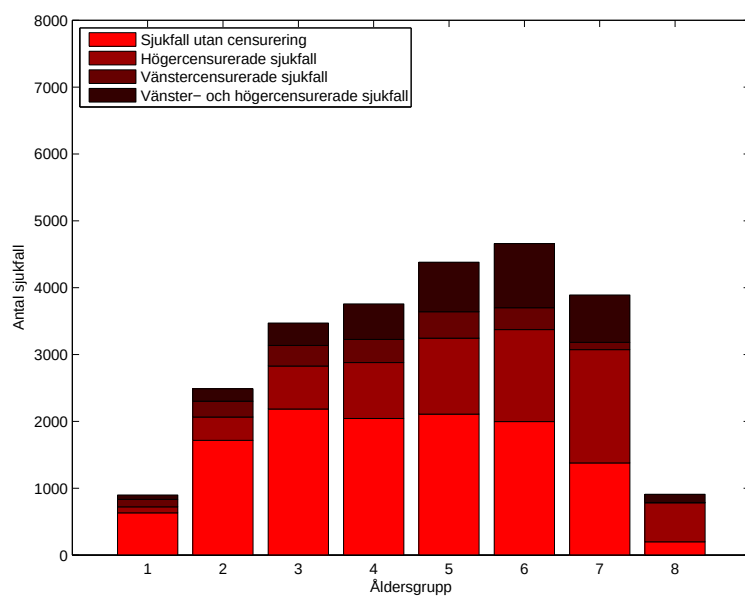
Åldersgrupp	Ålder
1	25 – 29
2	30 – 34
3	35 – 39
4	40 – 44
5	45 – 49
6	50 – 54
7	55 – 59
8	60 – 62

Tabell 4.2: *Åldersgrupper*

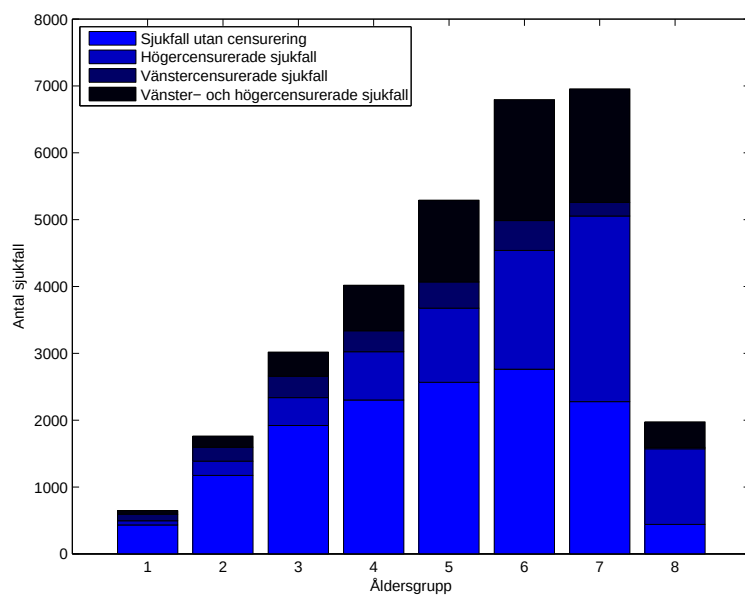
4.2.2 Obligatoriskt tecknad sjukförsäkring

I gruppen obligatorisk försäkring ingår såväl obligatoriskt tecknad försäkring utan hälsoprövning vid tecknandet, som försäkring med full eller förenklad hälsoprövning. I gruppen ingår även övrig tecknad sjukförsäkring, vilket vanligtvis är försäkringar där det är okänt huruvida hälsoprövning har gjorts eller inte.

I ett kollektiv med obligatoriskt tecknade försäkringar minskas



Figur 4.2: Antal inom gruppen frivilligt försäkrade sjukfall i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Kvinnor



Figur 4.3: Antal inom gruppen frivilligt försäkrade sjukfall i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Män

moturvalet då den försäkrade inte själv valt att teckna försäkringen. Försäkringen följer ofta automatiskt av en anställning och den försäkrade ingår i kollektivet på andra grunder än bedömningen av sin egen risk. En viss grad av selektion sker dock eftersom gruppen aktivt arbetande kan statistiskt antas vara något friskare än totalbefolkningen.

I undersökningen av avvecklingen av obligatoriskt försäkrade sjukfall ingår totalt 27 962 sjukfall, varav 17 961 försäkrade var kvinnor och 10 001 män. I Figur 4.4 och Figur 4.5 visas åldersfördelningen vid insjuknandet för de obligatoriskt försäkrade sjukfallen. För både män och kvinnor är antalet sjukfall störst i åldersgruppen 55 till 59 år. Skillnaden mellan män och kvinnor är störst i de yngsta undersökta åldrarna och minskar med ökande ålder.

4.2.3 Frivilligt tecknad premiebefrielseförsäkring

Med frivilligt tecknad premiebefrielseförsäkring avses sjukfall som härrör från all frivilligt tecknad försäkring med premiebefrielse. Ingen uppdelning har gjorts i rapporteringen med avseende på hälsoprövning. Premiebefrielsen ingår oftast som en tilläggsförsäkring till till exempel en frivilligt tecknad pensionsförsäkring.

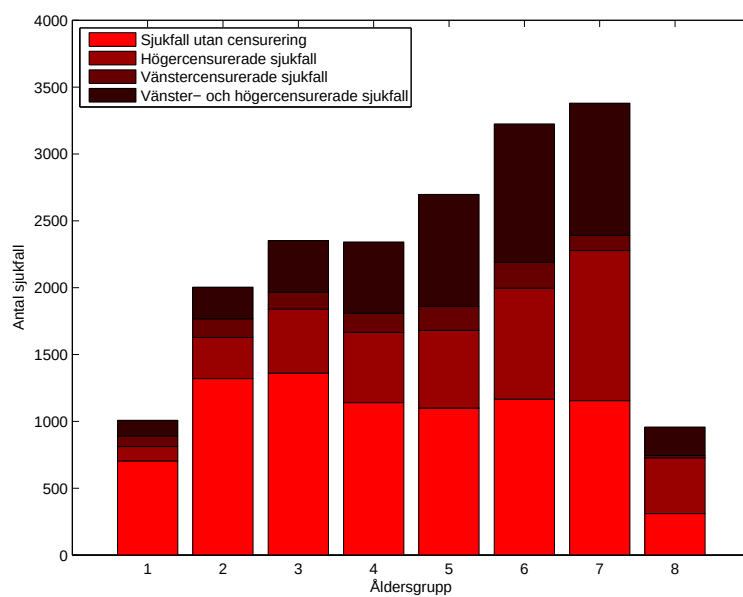
Sjukfallen från frivilligt tecknade premiebefrielseförsäkringar är den största gruppen av försäkringar i undersökningen, totalt ingår 81 717 försäkringar varav 38 806 försäkrade är kvinnor och 42 911 är män. I Figur 4.6 och Figur 4.7 visas åldersfördelningen hos sjukfallen.

Noterbart är att det i den här gruppen relativt sett är betydligt fler sjukfall i höga åldrar i jämförelse exempelvis i fallet för obligatoriskt tecknad sjukförsäkring. Detta torde bero på antalet försäkrade i respektive åldersgrupp inom respektive bestånd.

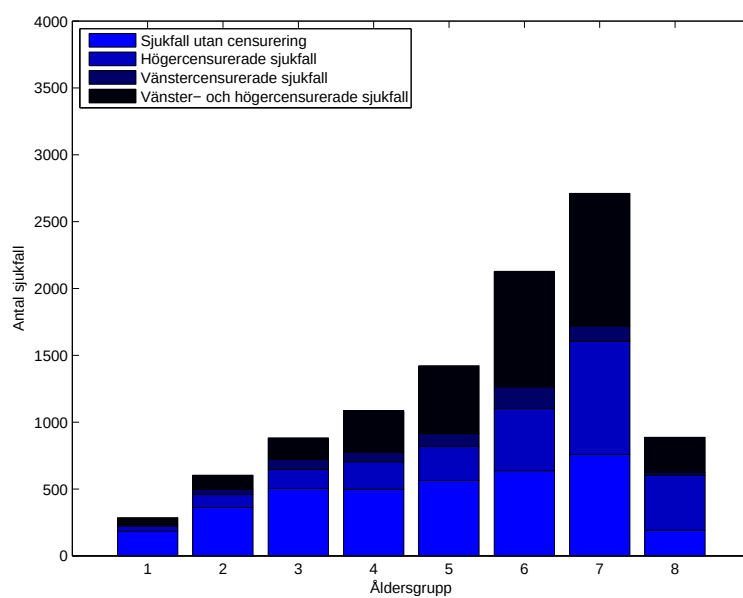
4.2.4 Obligatoriskt tecknad premiebefrielseförsäkring

I likhet med produkterna med frivilligt tecknad premiebefrielse, vilka är beskrivna i Avsnitt 4.2.3, har de obligatoriskt tecknade försäkringarna med premiebefrielse inte rapporterats med olika grader av hälsoprövning, även om hälsoprövning förekommer vid tecknandet av försäkringarna.

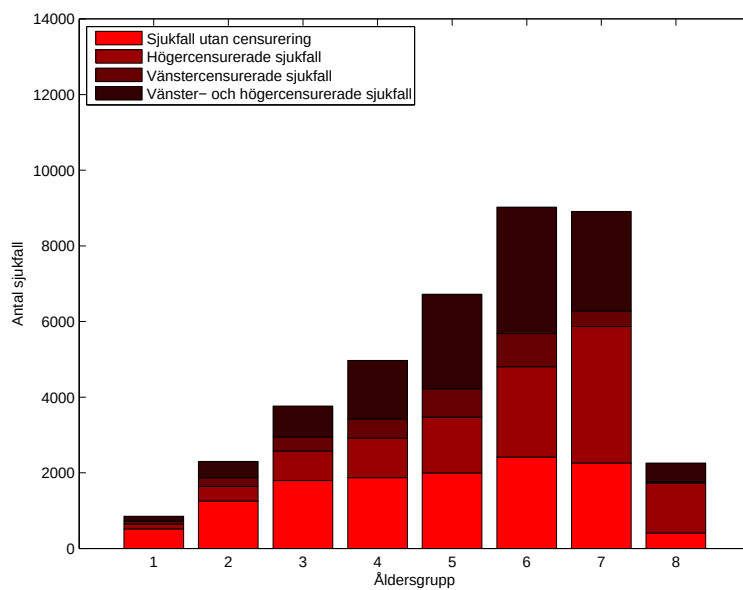
Kategorin obligatorisk premiebefrielse består av 16 065 sjukfall fördelade på 8 406 kvinnliga försäkrade och 7 659 manliga försäkrade.



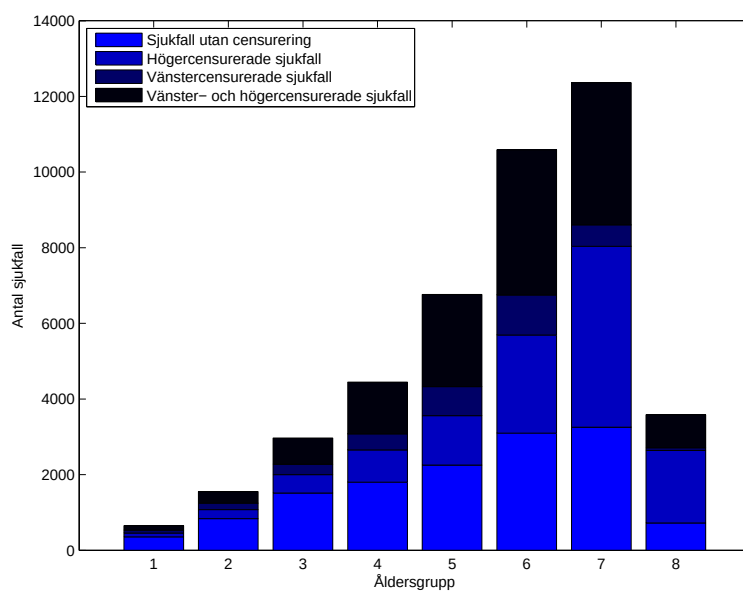
Figur 4.4: Antal inom gruppen obligatoriskt försäkrade sjukfall i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Kvinnor



Figur 4.5: Antal inom gruppen obligatoriskt försäkrade sjukfall i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Män



Figur 4.6: Antal inom gruppen frivilligt försäkrade sjukfall med premiefrielse i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Kvinnor



Figur 4.7: Antal inom gruppen frivilligt försäkrade sjukfall med premiefrielse i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Män

Åldersfördelningen hos de försäkrade anges i Figur 4.8 och Figur 4.9.

4.2.5 Allmän beskrivning

En mer detaljerad beskrivning av den skattningsteknik som vi använt finns i Kapitel 3. Här återger vi enbart de formler som behövs för att förstå den grundläggande principen för skattningstekniken som används.

För respektive delbestånd har vi delat in sjukfallen i åldersgrupper om fem år ($25 - 29, 30 - 34, \dots, 55 - 59, 60 - 62$) efter ålder vid insjuknandet (sista åldersgruppen enbart tre år). Sedan beräknas snittålder för de studerade sjukfallen inom respektive åldersgrupp. Inom varje åldersgrupp beräknas Kaplan-Meier-estimat av avvecklingsfunktionen, vilket ger åtta Kaplan-Meier-kurvor $\hat{\lambda}_{x_1}(t), \hat{\lambda}_{x_2}(t), \dots, \hat{\lambda}_{x_8}(t)$.

Efter $t = 15$, då $x + t > 63$, eller då det enbart fanns några få sjukfall kvar i dataunderlaget, har vi ersatt Kaplan-Meier-kurvan med en långsam avveckling baserad på den svenska befolkningsdödligheten (se tabell 4.1).

Givetvis är det möjligt att välja $\lambda_x(t)$ på många olika sätt och vi har i arbetet med att hitta en funktion prövat en mängd olika ansatser både med och utan bivillkor på parametrarna.

Vi valde funktionen

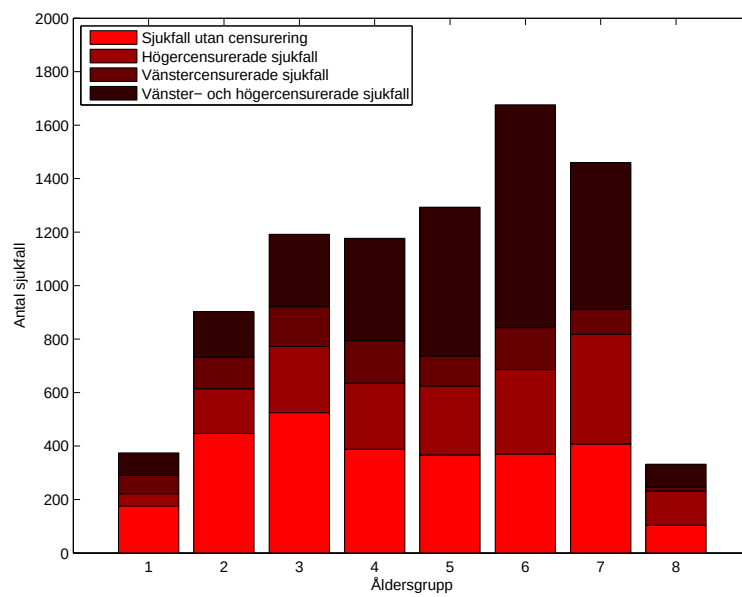
$$\lambda_x(t) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \cdot e^{-d_i \cdot (t-0,25)} \quad (4.2.1)$$

där

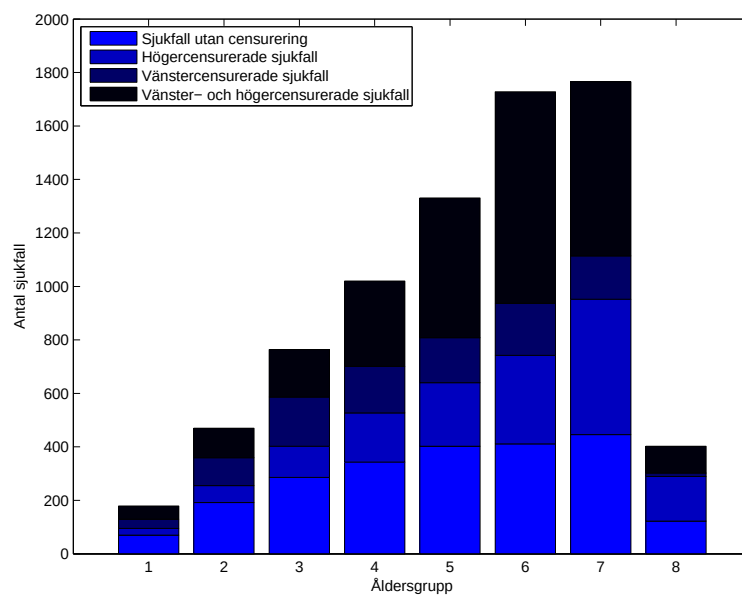
$$f_i(x) = a_i + b_i \cdot e^{c_i \cdot x}, \quad f_n(x) = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} f_i(x) \quad (4.2.2)$$

och där a_i, b_i, c_i och d_i (OBS: nytt d_i) är konstanter medan x är insjuknandeålder (i år) och t är antalet år från insjuknandetidpunkten och n är antalet termer i summan.

Notera att $\lambda_x(0,25) \equiv 1$, vilket innebär att vi per definition får en funktion som är lika med 1 vid $t = 0,25$, detta därför att vi i SUS-studien enbart valt att studera sjukfall som pågått i minst 90 dagar. Resultaten visar således avvecklingen givet att sjukfallet varat i minst 90 dagar.



Figur 4.8: Antal inom gruppen obligatoriskt försäkrade sjukfall med premiefrielse i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Kvinnor



Figur 4.9: Antal inom gruppen obligatoriskt försäkrade sjukfall med premiefrielse i respektive åldersgrupp 2000-2007 - Män

Parametervärden a_i , b_i , c_i och d_i , för $i = 1, \dots, n$, fås genom att bestämma de som minimerar

$$\sum_{j=1}^m \left(\lambda_x(t_j, a_i, b_i, c_i, d_i) - \hat{\lambda}_x(t_j) \right)^2. \quad (4.2.3)$$

Summationen görs över alla durationer t_j då insjuknande observerats. Efter en del experimenterande valdes $n = 4$.

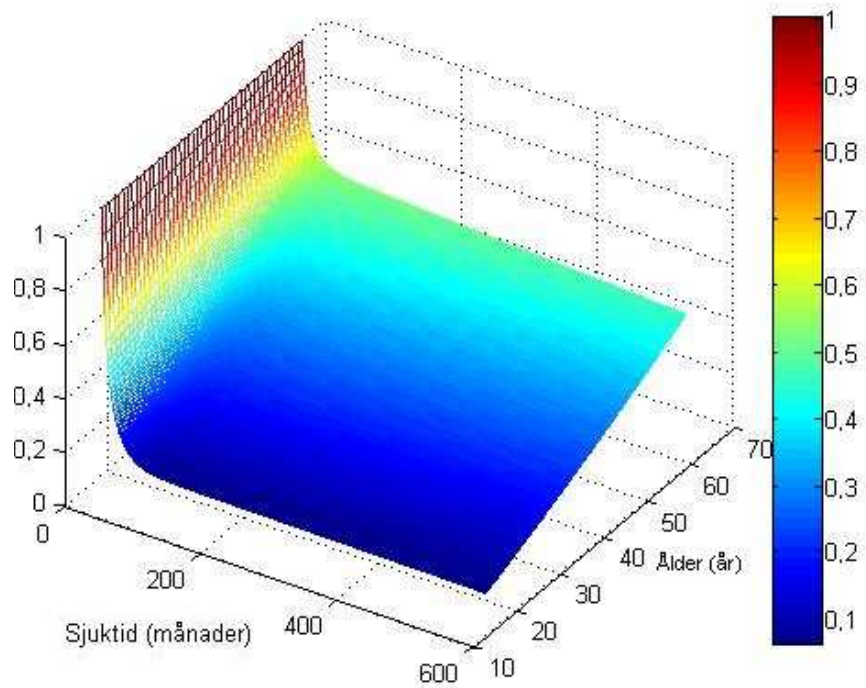
Den funktion som vi slutligen valde är kontinuerlig i både x och t . Dock är det inget villkor i anpassningen att $d\lambda_x(t)/dt < 0 \quad \forall \quad t$, vilket är en nackdel eftersom Kaplan-Meier-kurvan aldrig är växande. Notera dock att den valda funktionen inte nödvändigtvis ger bra eller ens rimliga anpassningar för höga och låga åldrar som ligger utanför det åldersintervall som den har anpassats för.

Det är även möjligt att göra en anpassning med fler eller färre parametrar än vi använt men vi anser oss att ha fått en bra anpassning med denna funktion då vi använder $n = 4$ och således 13 parametrar.

Nedan visas den anpassade funktionen $\lambda_x(t)$, som är anpassad till de åtta Kaplan-Meier kurvorna.

Figur 4.10 visar avvecklingsfunktionen i fallet för frivillig sjukförsäkring men vi vill med figuren visa avvecklingsfunktionens karaktäristiska drag, vilka är desamma i samtliga avvecklingsfunktioner oavsett kön eller delbestånd. Det är svårt att läsa ut förväntad andel som fortfarande är sjuka efter olika sjuktider från figuren men man kan notera att $\lambda_x(t) = 1$ vid $t = 0, 25$ år samt att funktionen är avtagande både i x och t .

Funktionen $\lambda_x(t)$ är anpassad till data fram till att $x+t = 65$ samt inom intervallet $28 \leq x \leq 61$. Att använda funktionen före första x -värdet ($x \approx 28$) samt efter sista ($x \approx 61$) bör göras med stor försiktighet. Istället för att använda funktionens värde i lägre åldrar så kan det vara bättre att använda funktionen för $\lambda_{28}(t)$ även för yngre åldrar, detta för att undvika att överskatta avvecklingshastigheten i unga åldrar.



Figur 4.10: Avvecklingsfunktionen $\lambda_x(t)$ baserat på data för frivillig sjukförsäkring, kvinnor

Kapitel 5

Resultat

I detta kapitel presenterar vi studiens resultat. Vi börjar med några ord om insjuknande och ger sedan en allmän beskrivning av avvecklingsresultaten. Detta följs av resultat för vart och ett av de fyra delbestånden som vi delat in materialet i, nämligen

- *obligatorisk sjukförsäkring*
- *frivillig sjukförsäkring*
- *obligatorisk premiefrielseförsäkring*
- *frivillig premiefrielseförsäkring.*

Därefter för vi en diskussion om resultaten.

5.1 Incidens

Resultaten för insjuknandestudien redovisas i Avsnitt 6.2. Det redovisas enbart som kvoter mellan könen. Anledningen till detta är att denna typ av avgifter är avgörande för prissättning av sjukförsäkringsprodukter. Det är även rimligt att insjuknandet har en större variation beroende på faktorer kopplade till politiska beslut och det ekonomiska läget, vilket gör historiska insjuknandedata mindre användbara.

5.2 Avveckling

Nedan visar vi själva resultaten inklusive framtagna parameterskattningar för de föreslagna avvecklingsfunktionerna i de olika delarna av SUS. I Avsnitt 6.2 visas en jämförelse av resultaten mellan könen.

Det har inte gjorts någon jämförelse mellan delbestånd med avseende på om de försäkrade hälsoprövades eller ej vid den tidpunkten då försäkringen tecknades. Det är möjligt att avvecklingstiden skiljer sig åt eftersom det hälsoprövade delbeståndet vid försäkringens början generellt sett hade bättre hälsa även om det är oklart hur detta påverkar. Anledningen till att vi inte studerat detta är att skillnaden rimligen avtar med tiden från hälsoprövning och de data vi samlat in innehåller inte information om när försäkringen tecknats.

5.2.1 Frivilligt tecknad sjukförsäkring

Den övre grafen i Figur 5.1 visar samma funktion som i Figur 4.10 men för enbart ett fåtal x -värden. Figuren visar hur avvecklingen sker för olika insjuknandeåldrar samt att avvecklingen skiljer sig mycket beroende på ålder vid insjuknandet. Avvecklingsintensiteten är hög i början för att sedan avta och till slut är avvecklingen mycket låg. I de fall funktionen $\lambda_x(t)$ har en positiv derivata i t bör detta tolkas som att avvecklingen är näst intill obefintlig. Givetvis kan aldrig avvecklingsfunktionen öka i t .

Den nedre grafen i Figur 5.1 visar $\lambda_x(t)$ baserat på sjukfall från frivilligt sjukförsäkrade män. Figuren påvisar en avveckling som är snabb de första åren för att sedan avta. I Kapitel 6 kommer vi att jämföra hur avvecklingen skiljer sig mellan män och kvinnor.

Graferna i Figur 5.1 visar även de beräknade Kaplan-Meier-kurvor, som ringar $\circ$, för respektive ålder. För höga t -värden och då det inte finns fler hopp i Kaplan-Meier-kurvan har vi som tidigare nämnts i Kapitel 4.2 använt en avveckling som bygger på befolkningsdödligheten.

Både för män och kvinnor är anpassningen mycket bra fram till insjuknandeålder 53 år. Därefter underskattas avvecklingen något. Detta beror delvis på att minstakvadratanpassningen minimerar avståndet mellan den anpassade funktionen och Kaplan-Meier-kurvor, och då det finns många fler mätpunkter i de yngsta åldersgrupperna ger metoden en bättre anpassning för dessa. Ett alternativ skulle

kunna vara att vikta om anpassningen för att lägga en större vikt vid de äldre åldersgrupperna, men då resultatet ska användas för reservsättning borde det vara av större vikt att ha en bättre anpassning vid yngre åldrar eftersom den förväntade utbetalningstiden blir betydligt längre. En viktning av observationerna bör utgå ifrån den ekonomiska betydelsen i de olika åldrarna och därför ta hänsyn även till ersättningsbeloppens storlek.

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *frivilligt sjukförsäkrade, kvinnor*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = 37,4792 & b_1 = -36,831 & c_1 = 0,000278 & d_1 = 3,2448 \\ a_2 = 0,3508 & b_2 = 0 & c_2 = 0 & d_2 = 0,9864 \\ a_3 = 0,1986 & b_3 = -1,36 \cdot 10^{-7} & c_3 = 0,2433 & d_3 = 0,3288 \\ & & & d_4 = 0,005304 \end{array}$$

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *frivilligt sjukförsäkrade, män*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = 0,486 & b_1 = -0,0541 & c_1 = 0,0336 & d_1 = 2,8152 \\ a_2 = 0,309 & b_2 = 0 & c_2 = 0 & d_2 = 1,1076 \\ a_3 = 0,2653 & b_3 = -0,00011 & c_3 = 0,1358 & d_3 = 0,3528 \\ & & & d_4 = 0,006156 \end{array}$$

5.2.2 Obligatoriskt tecknad sjukförsäkring

I den övre grafen i Figur 5.2 visas anpassningen av $\lambda_x(t)$ till de justerade Kaplan-Meier-kurvorna för kvinnor. I figuren är det viss underskattning av avvecklingen i åldern 48 år samt i 63 år, men i övrigt är anpassningen god.

För män visas resultatet i den nedre grafen i Figur 5.2. Som framgår av figuren fås en god anpassning för insjuknandeåldrarna 43-61 år. För de yngsta insjuknandeåldrarna är avvecklingen ungefär densamma (28-38 år). Detta torde bero på att det fanns mycket få observationer i dessa åldersgrupper (trots att dataunderlaget totalt består av 10 000 sjukfall).

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *obligatorisk sjukförsäkring, kvinnor*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = 47,9138 & b_1 = -46,9342 & c_1 = 0,000225 & d_1 = 2,1132 \\ a_2 = 23,9747 & b_2 = -34,3621 & c_2 = 0,000046 & d_2 = 0,228 \\ a_3 = 10,6129 & b_3 = -0,00002 & c_3 = 0,144 & d_3 = 0,2316 \\ & & & d_4 = 0,011676 \end{array}$$

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *obligatorisk sjukförsäkring, män*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = 54,8588 & b_1 = -46,9342 & c_1 = 0,0023 & d_1 = 1,992 \\ a_2 = 187 & b_2 = -194,8 & c_2 = -0,00062 & d_2 = 1,9032 \\ a_3 = 0,4999 & b_3 = -0,0033 & c_3 = 0,081 & d_3 = 0,6888 \\ & & & d_4 = 0,006168 \end{array}$$

5.2.3 Frivilligt tecknad premiefrielseförsäkring

I den övre grafen i Figur 5.3 finns resultatet baserat på data för kvinnor med frivillig premiefrielseförsäkring. Liksom för tidigare studerade delbestånd är det en ganska dålig anpassning för den äldsta åldersgruppen men för övriga är anpassningen god. Noterbart är att avvecklingen inte avtar lika mycket som den gör för frivillig respektive obligatorisk sjukförsäkring utan det är fortfarande en viss avveckling efter 8-10 år vilket till viss del underskattas för ålder 48.

För män med frivillig premiefrielseförsäkring visas resultatet i den nedre grafen i Figur 5.3. Precis som för kvinnor med frivillig premiefrielseförsäkring är anpassningen inte så bra i den äldsta åldersgruppen.

För de två yngsta åldersgrupperna är de skattade Kaplan-Meier-kurvorna nästan samma men med den anpassade funktionen så blir avvecklingen något långsammare i åldern 33 år än i ålder 28, vilket är fallet i de flesta av de andra delbestånden. Anpassningen i den yngsta åldersgruppen kan ses som relativt osäker eftersom antalet sjukfall som ligger till grund är relativt få i förhållande till exempelvis antalet som ligger till grund i åldern 53 respektive 58 år.

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *frivillig premiefrielseförsäkring, kvinnor*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = -4,6422 & b_1 = -1,1948 & c_1 = 0,00916 & d_1 = 1,5852 \\ a_2 = 6,7333 & b_2 = 0 & c_2 = 0 & d_2 = 1,5984 \\ a_3 = 0,3247 & b_3 = 0 & c_3 = 0 & d_3 = 0,4068 \\ & & & d_4 = 0,01344 \end{array}$$

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *frivillig premiefrielseförsäkring, män*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = -0,2709 & b_1 = -0,054 & c_1 = 0,0317 & d_1 = 3,3204 \\ a_2 = 0,793 & b_2 = 0 & c_2 = 0 & d_2 = 2,9304 \\ a_3 = 0,4864 & b_3 = -0,00289 & c_3 = 0,0803 & d_3 = 0,5904 \\ & & & d_4 = 0,0168 \end{array}$$

5.2.4 Obligatoriskt tecknad premiefrielseförsäkring

I den övre grafen i Figur 5.4 finns resultatet avseende kvinnor med obligatorisk premiefrielseförsäkring. Anpassningen är god i ett flertal åldrar men något sämre för 37,5, 42,5 samt 60,9 års åldrar. Totalt är anpassningen hyfsad trots det relativt begränsade datamaterial som ligger till grund.

För män med obligatorisk premiefrielseförsäkring visas resultatet i den nedre grafen i Figur 5.4. Anpassningen i förhållande till datamaterialets storlek är relativt god, men främst i åldrarna 43-58 år. Notera att även om det totalt är 7 659 observerade sjukfall så kan det för en enskild åldersgrupp vara ganska få observationer, speciellt i de yngsta åldersgrupperna.

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *obligatorisk premiefrielseförsäkring, kvinnor*:

$$\begin{array}{l|l|l|l} a_1 = 11,2392 & b_1 = -11,3389 & c_1 = 0,000297 & d_1 = 4,6632 \\ a_2 = 0,5681 & b_2 = 0 & c_2 = 0 & d_2 = 2,9016 \\ a_3 = 1,0321 & b_3 = -0,4237 & c_3 = 0,0106 & d_3 = 0,6768 \\ & & & d_4 = 0,003348 \end{array}$$

Parametrar för $\lambda_x(t)$ baserat på data för *obligatorisk premiefrielseförsäkring, män*:

$$\begin{array}{c|c|c|c} a_1 = 49,962 & b_1 = -46,9342 & c_1 = 0,000352 & d_1 = 0,9276 \\ a_2 = -5,8108 & b_2 = -3,4358 & c_2 = -0,0339 & d_2 = 0,6576 \\ a_3 = 15,4215 & b_3 = -9,4267 & c_3 = 0,00211 & d_3 = 0,5988 \\ & & & d_4 = 0,0042 \end{array}$$

5.2.5 Användande av resultat

Som visats i detta kapitel fås en ganska bra anpassning av avvecklingsfunktionen $\lambda_x(t)$ till de Kaplan-Meier-kurvor vi beräknat från insamlat datamaterial men resultatet visas enbart där det skett anpassningar till data. Så hur står sig resultatet för övriga värden på x och t ?

Låt oss skriva upp $\lambda_x(t)$ igen;

$$\lambda_x(t) = \sum_{i=1}^4 f_i(x) \cdot e^{-d_i \cdot (t-0,25)} \quad (5.2.1)$$

där

$$f_i(x) = a_i + b_i \cdot e^{c_i \cdot x} \quad f_4(x) = 1 - \sum_{i=1}^3 f_i(x) \quad (5.2.2)$$

I vissa fall har några parametrar konverterat mot noll och därmed hade det varit möjligt att skriva $\lambda_x(t)$ med ett färre antal parametrar men vi valde i alla fall att ha kvar en funktion med 13 parametrar och vissa av dessa är då noll.

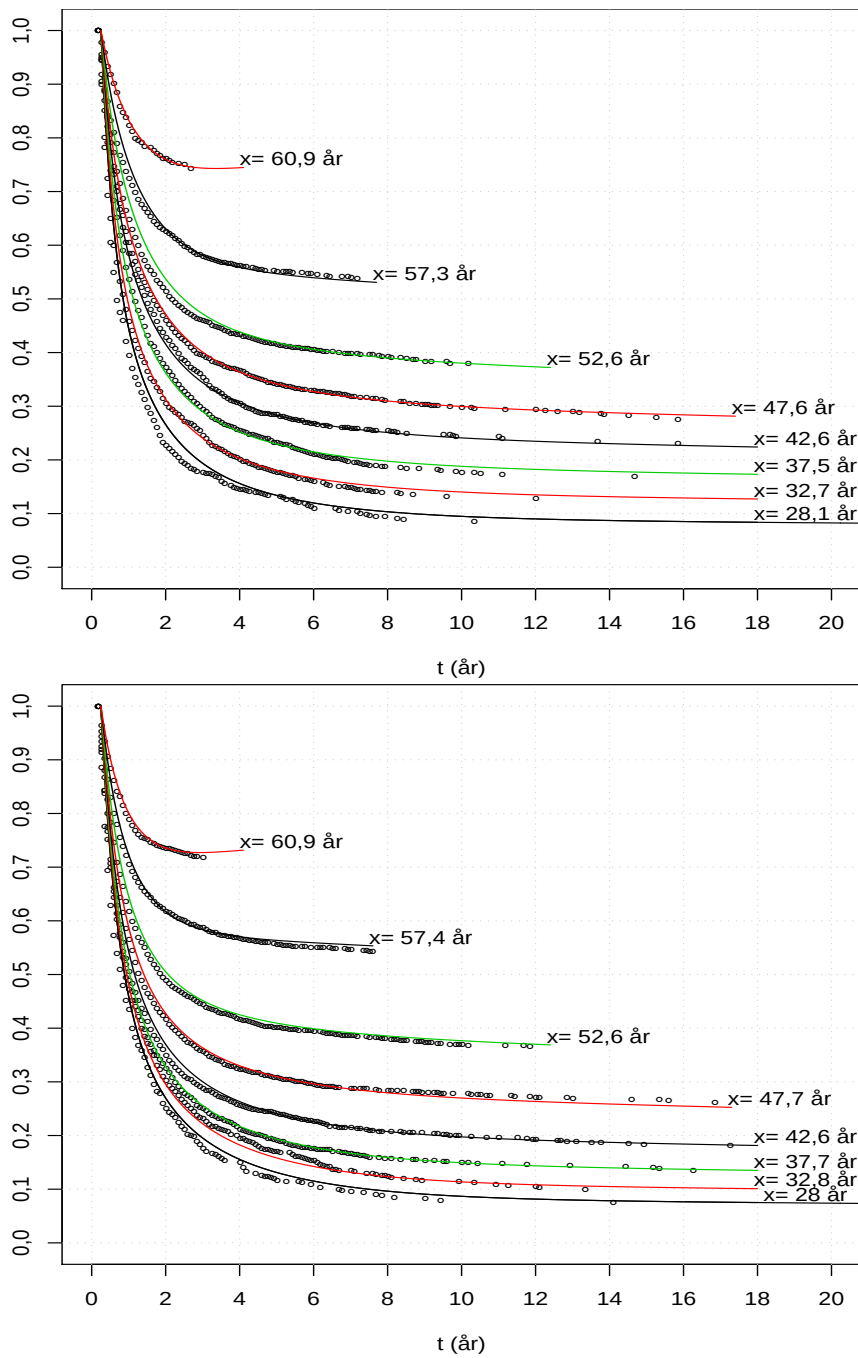
Eftersom $\lambda_x(t)$ är en deriverbar funktion är den därmed också kontinuerlig så är det inga problem att använda funktionen för värden som ligger inom intervallet $28 < x < 61$. Se även Figur 4.10 som visar det tvådimensionella planet $\lambda_x(t)$ anpassat till data för frivilligt sjukförsäkrade kvinnor. Dock kan funktionen anta orimliga värden om man extrapolerar den utanför intervallet $28 < x < 61$. Vi har ej anpassat funktionen efter 63 års ålder utan enbart använt befolkningsdödlighet, att då använda $\lambda_x(t)$ för antagande om avvecklingen är inte att rekommendera.

Det är svårt att dra några säkra generella slutsatser av resultaten från denna undersökning. Vilka skillnader finns beträffande avvecklingsfunktionen mellan olika sjukförsäkringsbestånd? För den som ska

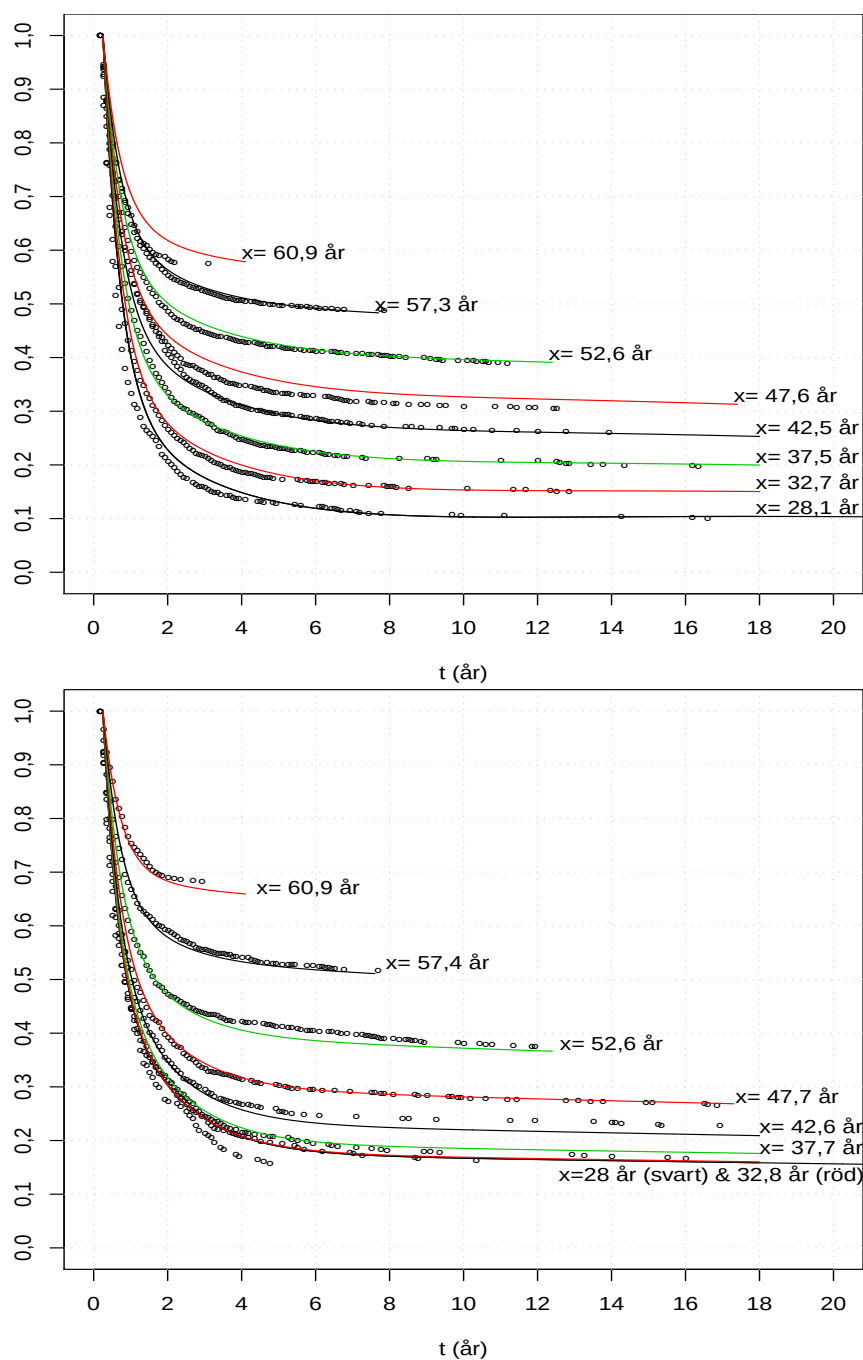
använda sig av resultaten gäller det först att ta ställning till om det egna beståndet skiljer sig i något avseende från de medelbestånd som vi här har utgått ifrån. Därefter kan man analysera de givna resultaten och bedöma vad som är relevant för den egna tillämpningen.

Som exempel på vad man bör vara observant på kan man konstatera följande: *För kvinnor med insjuknandeålder 57,5 år ligger värdena för avvecklingsfunktionen vid durationen 7 år klart högre vid frivilligt tecknad sjukförsäkring än vid obligatoriskt* (det vill säga färre sjukfall har avvecklats i den frivilligt tecknade försäkringen än i den obligatoriska). *För män med insjuknandeålder 47,5 år ligger värdena för avvecklingsfunktionen vid durationen 10 år klart högre vid frivilligt tecknad premiebefrielseförsäkring än vid obligatoriskt*. Vad kan dessa skillnader bero på? Handlar det om skilda krav på hälsoprövning vid tecknandet, skilda kategorier av försäkrade personer, skillnader i registrering av sjukfall och avveckling? Handlar det enbart om skillnader mellan försäkrade bestånd, eller finns även tydliga urvalseffekter inom ett och samma bestånd?

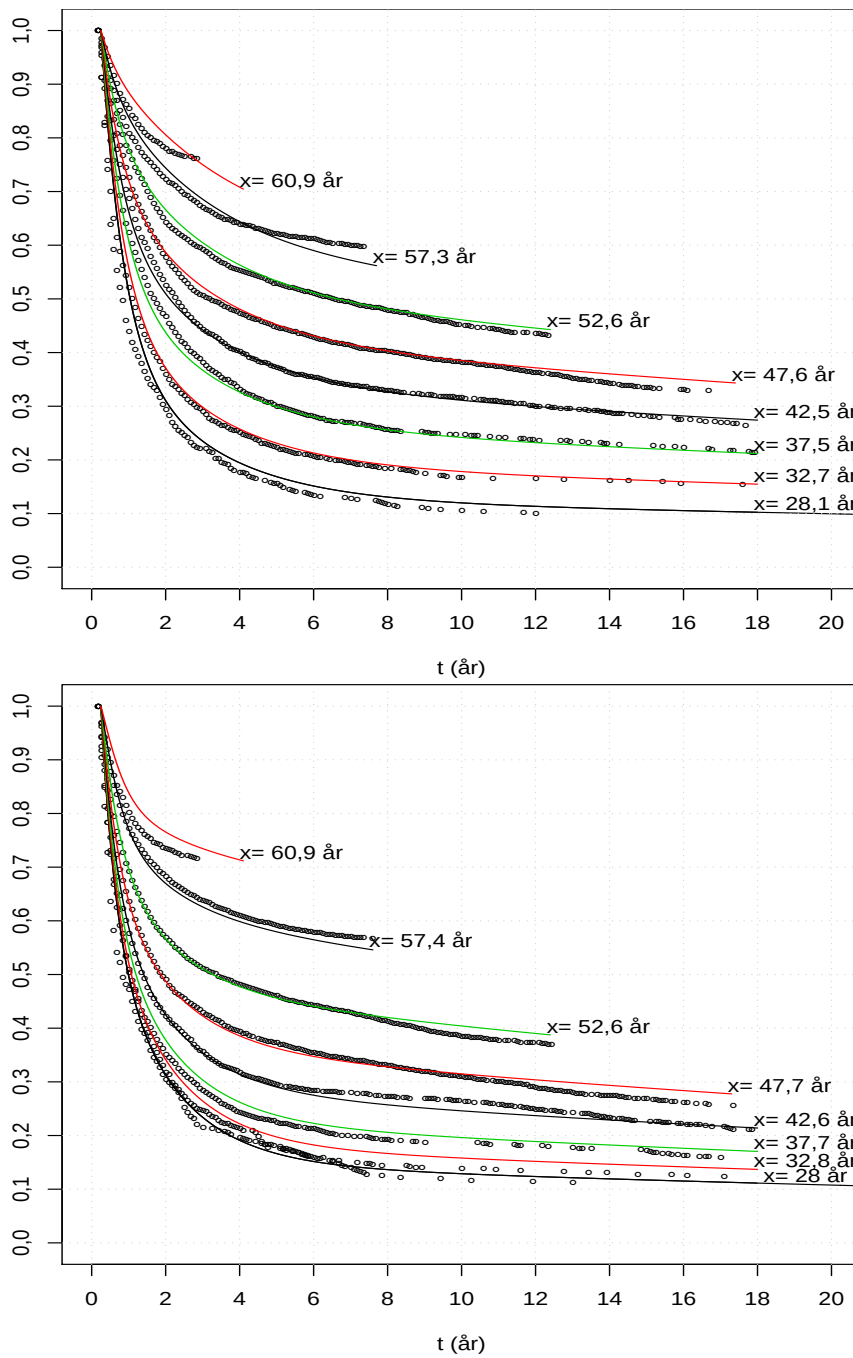
Det kan också vara på sin plats att påpeka att modell av denna typ kan riskera att vara svåra att hantera, ibland i kombination med överbestämning av parametrarna. Det är alltså viktigt att man är försiktig med val av modell beroende på vilket material man avser att analysera.



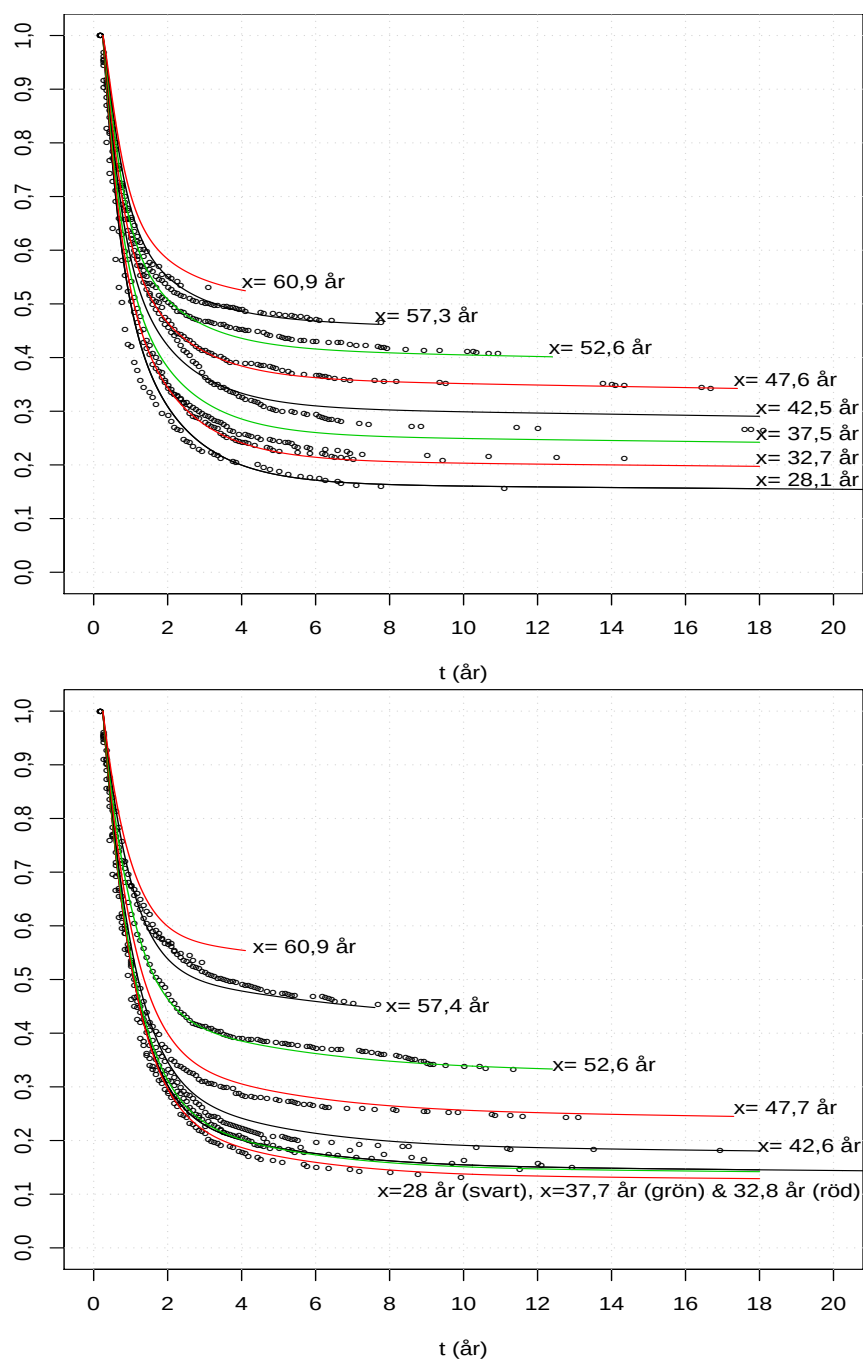
Figur 5.1: Avvecklingsfunktionen $\lambda_x(t)$ baserat på data för frivillig sjukförsäkring, kvinnor (övre) och män (undre)



Figur 5.2: Avvecklingsfunktionen $\lambda_x(t)$ baserat på data för obligatorisk sjukförsäkring, kvinnor (övre) och män (undre)



Figur 5.3: Avvecklingsfunktionen $\lambda_x(t)$ baserat på data för frivillig premiefrielseförsäkring, kvinnor (övre) och män (undre)



Figur 5.4: Avvecklingsfunktionen $\lambda_x(t)$ baserat på data för obligatorisk premiefrielseförsäkring, kvinnor (övre) och män (undre)

Kapitel 6

Jämförelse av kvinnors och mäns sjuklighet

Vi kommer i detta kapitel att dels beskriva det EG-direktiv som aktualiserat frågan om könsskillnader vid riskhantering på försäkringstjänster. Därefter beskrivs skillnader i insjuknandefrekvens och i avveckling (sjuktid).

6.1 EG-direktivet

I slutet av år 2004, närmare bestämt den 13:e december, antog Europeiska unionens råd direktiv 2004/113/EEG om genomförande av principen om likabehandling av kvinnor och män när det gäller tillgång till och tillhandahållande av varor och tjänster. Direktivet betonar att jämställdhet mellan kvinnor och män är en grundläggande princip för Europeiska unionen. Artiklarna 21 och 23 i Europeiska unionens stadga om grundläggande rättigheter föreskriver att jämställdhet mellan kvinnor och män skall säkerställas på alla områden.

Direktivets syfte är att fastställa en ram för att bekämpa könsdiskriminering när det gäller tillgång till och tillhandahållande av varor och tjänster, för att i medlemsstaterna genomföra principen om likabehandling av kvinnor och män. I direktivets andra artikel definieras att det avser såväl direkt som indirekt diskriminering.

Artikel 5 i direktivet behandlar försäkringstekniska faktorer. Som huvudregel är det från 21 december 2007 förbjudet att använda kön som en faktor vid beräkning av premier och ersättningar i samband

med försäkring och därmed sammanhängande finansiella tjänster. Dock ges medlemsstaterna möjlighet att besluta om att tillåta proportionerliga skillnader i enskilda personers premier och ersättningar om användningen av kön är en avgörande faktor vid en riskbedömning som grundas på relevanta och korrekta försäkringstekniska och statistiska uppgifter. I de fall att medlemsstater vill använda undantaget ska de meddela detta till Europeiska Kommissionen och se till att korrekta uppgifter som är relevanta för användning av kön som en avgörande försäkringsteknisk faktor sammanställs, offentliggörs och regelbundet uppdateras.

Kostnader som är relaterade till graviditet och moderskap skall i inget fall leda till skillnader i enskilda personers premier och ersättningar. Direktivet får inte förhindra en medlemsstat från att positivt särbehandla ett av könen i syfte att uppnå full jämställdhet mellan kvinnor och män.

6.2 Insjuknandefrekvens

Vårt syfte med att betrakta insjuknandet är inte att uttala oss om hur högt insjuknandet är i olika bestånd. Insjuknandet torde vara beroende av den nationalekonomiska situationen samt av utformningen av produkter i enskilda bolag så även om man på detaljerad nivå kan uttala sig om historiskt insjuknande kan detta inte appliceras på framtida.

Det vi vill visa är istället hur insjuknandefrekvensen skiljer sig mellan könen, med argumentet att förhållandet mellan könen vad avser insjuknande inte varierar lika kraftigt som antalet som insjuknar under respektive år.

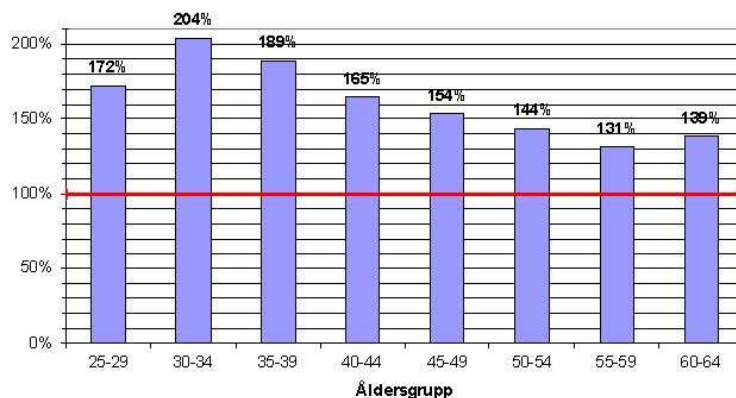
I inrapporteringsdokumentet, se [19], definierades $SM_i(x, y)$ (antal insjuknade, bolag i , åldersgrupp x och kön y , 1 för män och 2 för kvinnor) samt $SN_j(x, y)$ (antal sjukförsäkringar, bolag j , åldersgrupp x och kön y) vi har fått dessa data inrapporterar för respektive bolag. Vi bildar kvoten för risken att insjukna

$$P(x, y) = \frac{\sum_i SM_i(x, y)}{\sum_j SN_j(x, y)} \quad (6.2.1)$$

Vi bildar nu kvoten av insjuknandefrekvens mellan kvinnor och män, det vill säga kvoten

$$R(x) = \frac{P(x, 2)}{P(x, 1)} \quad (6.2.2)$$

Figur 6.1 visar kvoten $R(x)$ per åldersgrupp.



Figur 6.1: Kvot av sjuklighetsincidens mellan kvinnor och män

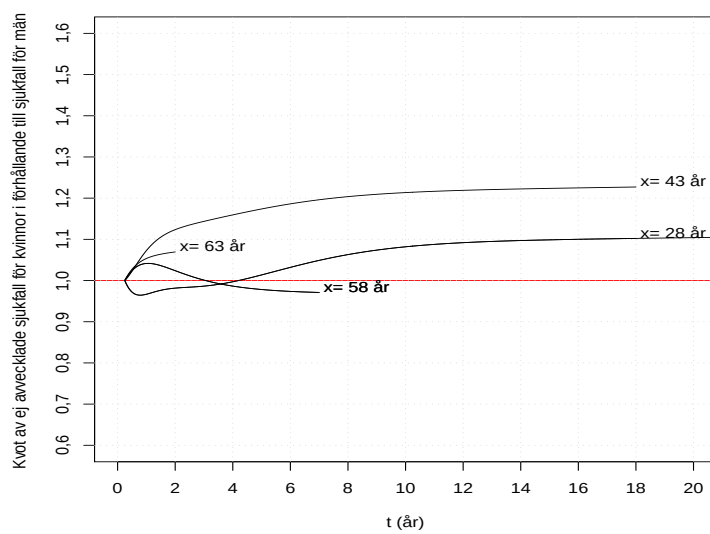
Man kan konstatera att kvinnor har en högre insjuknandefrekvens än män. Det gäller, som framgår av Figur 6.1, i alla studerade åldersgrupper.

6.3 Avveckling

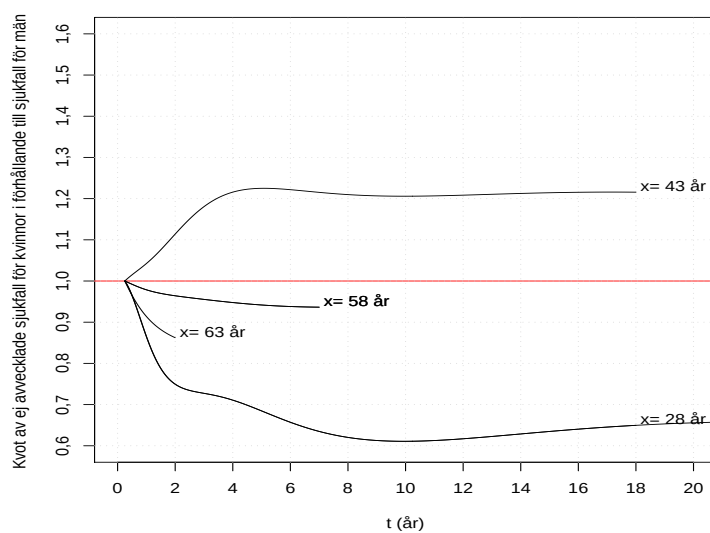
Nedan jämför vi hur avvecklingsfunktionen skiljer sig mellan könen. För tydlighets skull kommer enbart att göras jämförelse för åldrarna 28, 43, 58 samt 63 år. I Figur 6.2 visas kvoten av avvecklingsfunktionen för *frivillig sjukförsäkring*. De svarta linjerna är kvinnor i förhållande till män i samma åldersgrupp. Skillnaderna mellan könen är små förutom vid 43 år där avvecklingen skiljer och kvinnors sjukfall avvecklas långsammare än mäns.

I Figur 6.3 visas kvoten av avvecklingen för kvinnor (svart) i förhållande till män. Det är tydliga könsskillnader i samtliga åldersgrupper, avvecklingen för mäns sjukfall är något långsammare i samtliga åldersgrupper i figuren utom i 43-årsåldern där kvinnor avvecklas långsammare än män, jämför Figur 6.2.

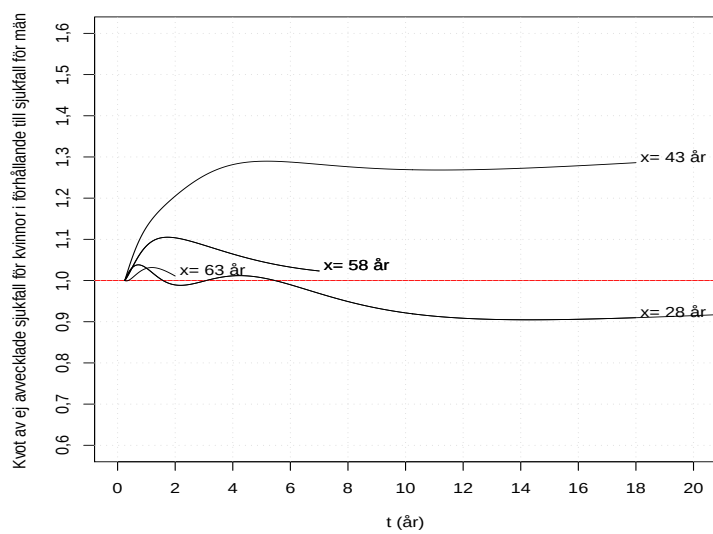
Figur 6.4 och Figur 6.5 visar en jämförelse av avvecklingen mellan könen på *frivillig respektive obligatorisk premiefrielseförsäkring*. Båda figurerna visar på ganska små skillnader i avveckling i samtliga



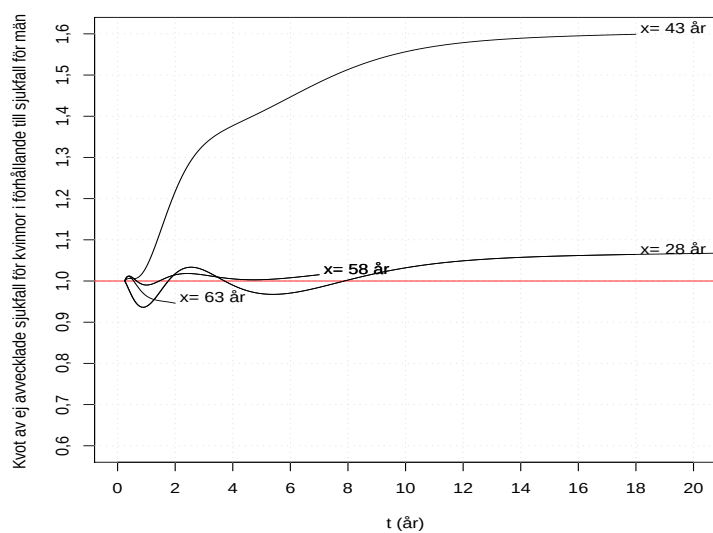
Figur 6.2: Frivillig sjukförsäkring (kvinnor & män)



Figur 6.3: Obligatorisk sjukförsäkring (kvinnor & män)



Figur 6.4: *Frivillig premiefrielseförsäkring (kvinnor & män)*



Figur 6.5: *Obligatorisk premiefrielseförsäkring (kvinnor & män)*

åldersgrupper i figuren utom i åldern kring 43 år där avvecklingen för kvinnor är betydligt lägre än avvecklingen för män.

Jämförelserna mellan hur män och kvinnors sjukfall avvecklas visar att det finns stora könsskillnader kring 40 års insjuknandeålder men att dessa skillnader är mindre/obefintliga i höga respektive låga åldrar.

Slutsatsen är att den sammanlagda effekten av skillnader mellan könen i insjuknande och sjukavveckling visar att det finns statistiskt underlag för bolagen att tillämpa olika premier för sjukförsäkrade kvinnor och män.

Kapitel 7

Tidigare svenska sjuklighetsundersökningar och grunder

7.1 Svensk sjukförsäkring före 1930

Sjukförsäkring har som idé funnits i Sverige minst sedan mitten av 1800-hundratalet. Under andra hälften av 1800-talet fanns ett stort antal små sjukkassor, oftast kopplade till enskilda företag och yrken. Även organisationer, som frikyrkor, arbetarrörelsen och nykterhetsrörelsen organiserade sjukkassor. Nykterhetsrörelsen var tidigt ute med att ha en central sjukkassa med lokalavdelningar, istället för små lokala kassor.

År 1884 tillsattes den så kallade arbetareförsäkringskommittén som bland annat utredde frågor relaterade till sjukförsäkring. Kommitténs förslag ledde till 1891 års sjukkasselag, varigenom bland annat ett officiellt registreringssystem för sjukkassor organiserades, och runt sekelskiftet var de flesta sjukkassor officiellt registrerade.

År 1910 var antalet sjukkassor 2 426 stycken och antalet medlemmar 632 000. Hälften av kassorna hade färre än 100 medlemmar, kassorna konkurrerade hårt om nya medlemmar, vilket emellanåt ledde till för låga avgifter eller för höga förmåner vilket motverkade möjligheterna att få en långsiktigt sund ekonomi i kassorna. Den enskilda sjukkassans förmåner var ofta låga, varför många valde att bli medlemmar i flera kassor för att få ett tillräckligt skydd.

År 1910 tillkom också en ny lag om sjukkassor. Den välrenomerade aktuarien Axel Rydén var medlem av den kommitté som utarbetat lagförslaget, och han hade under 1908, under ledning av Filip Lundberg, gjort en studie av material från sjukkassorna. Denna studie var av stort värde för dem som utarbetade den nya lagen, och för sjukkassorna.

År 1916 publicerade Filip Lundberg också en studie som gav dödlighets- och sjuklighetsstatistik för bolaget De Förenade, från tiden 1901-1914, se [23]. Den delade upp sjukdomsfallen i sjukdomar och olycksfall och gav en fördelning efter kön och ålder. Totala insjuknandet var ganska lika mellan könen, men olyckorna var mycket fler för männen, medan kvinnorna hade fler sjukdomsfall, särskilt bland de yngre. Totalt hade den äldsta åldersgruppen (från 50 år) klart högre insjuknande, medan skillnaderna var små mellan övriga åldersgrupper. Även avvecklingen studerades, och var något långsammare för män än för kvinnor.

En uppföljning av studien av De Förenades erfarenhet gjordes senare för tiden 1915-1920. En beräkning har också gjorts av Fredrik Esscher byggd på erfarenhet inom Allmänna Pensionsbolaget 1898-1922.

År 1890 var det första år då sjukförsäkring tecknades av ett vanligt försäkringsbolag, nämligen Norden. Bolaget hade dock oturen att redan i uppstarten drabbas av ryska snuvan, den tidens influensaepidemi, och fick avsluta sin verksamhet. 1891 skedde nästa uppstart, då ett bolag inkluderade en kort sjukförsäkring i sin olycksfallsförsäkring. Detta år introducerades också premiebefrielseförsäkringen i Sverige. Sjukförsäkringen gick emellertid dåligt och upphörde, för att återupptagas först år 1907.

Konkurrensen blev snart hård och de tekniska resultaten sämre. Man skapade då specialförsäkringar. Det fanns en typ, som i princip omfattade alla sjukdomar, dock med en lång rad undantag. Man skapade också en motsatt typ av försäkring, som enbart gällde för ett visst antal sjukdomar som aktivt räknades upp i villkoren. Det påstods att en del läkare inte ville ställa diagnos förrän han sett försäkringsbrevet och sett vilka sjukdomar som var täckta.

Försäkringstekniskt arbetade man den första tiden med den så kallade *sjuktalstekniken*. Petrus Mattsson, se [26] och [27], beskriver den som att *man hade ett åldersgrundat antagande om antalet sjukdagar per år, där sjukdagarna hänförs sig både till fall som börjar*

under året och fall som pågår vid årets början.

Efter tillkomsten av den nya lagen 1910 arbetade några bolag, bland andra Eir, Balder och Fylgia, med att utarbeta en lång sjukförsäkring. För att få underlag till sina premieberäkningar använde Fylgia den klassiska engelska undersökningen Manchester Unity 1893-97, medan Balder använde erfarenhet från Tyskland.

För försäkringar tecknade före 1928 användes åtminstone i ett bolag insjuknandefrekvenser i enlighet med en given tabell, som innefattade åldrarna 15-69 år. Ingen könsuppdelning gjordes. Talen gick från 0,03% för ålder 15-20 år, till 17% för ålder 69 år. Denna tabell byggde på erfarenhet från svensk och tysk järnvägspersonal.

För perioden 1928-1936 användes i vissa fall, vid premiebefrielseförsäkring, invalidiseringsintensiteten i_x vid åldern x år,

$$10^3 \cdot i_x = 0,8 + 0,012 \cdot 10^{0,05 \cdot x}. \quad (7.1.1)$$

7.2 Undersökningar och grunder från och med 1930

7.2.1 Framtidens sjuklighetsundersökning 1930

Livförsäkringsbolaget Framtiden grundades 1911. Bolaget tecknade väsentligen sparförsäkringar sålda i gruppform, inkluderande premiebefrielseförsäkring. År 1930 publicerades i Skandinavisk Aktuarietidskrift, den tidskrift som numera heter Scandinavian Actuarial Journal, resultatet av en studie som gjorts 1928 på ett material från tiden 1911-1927, se [21]. Undersökningen gjordes med hjälp av hålkort som sorterades, troligen i särskild maskin, och antalet kort med olika egenskaper kunde räknas.

Först studerade man insjuknandefrekvenserna. De observerade fallen delades upp i två grupper, sjukdomar och olycksfall, där olycksfallen stod för cirka en tredjedel av alla fall för män och en tiondel för kvinnor, oavsett ålder. Sjukdomsfallen delades i sin tur upp i tuberkulos och övriga fall, där tuberkulos utgjorde cirka en tredjedel av sjukdomsfallen för de yngsta åldrarna och cirka en tiondel av sjukfallen för de äldsta.

Sett totalt var insjuknandefrekvensen förvånansvärt lika över ålder och var klart högre för män än för kvinnor, utom i den högsta åldern

(över 49 år). Den tydligt högre sjuklighet för gruppen från 50 år som observerats i studien av De Förenade 1916 kunde inte ses för männen i studien av Framtiden och var mindre framträdande även för kvinnorna. Man jämförde också insjuknandet per försäkrad och per försäkrad krona. Skillnaden var liten. En studie per kalenderår visade en kraftig ökning av insjuknandet under bolagets uppstart och därefter en fortsatt svag uppgång.

I studien av Framtiden studerades också avvecklingshastigheten. Även här gjordes en uppdelning efter orsak, och man observerade att olycksfall avvecklades snabbast. Av sjukfallen hade tuberkulosfallen en avsevärt långsammare avveckling än övriga sjukfall. Kvinnorna hade en något långsammare avveckling än männen och bland männen hade den äldsta åldersgruppen en något långsammare avveckling än de övriga. Man gjorde också en jämförelse med en sjuklighetsstudie som gjorts av bolaget De Förenade redan år 1916, se [23]. Jämfört med studien av De Förenade var avvecklingen här avsevärt långsammare. En annan skillnad var att i studien av De Förenade hade man observerat en relativt sett högre dödlighet för åldrar över 50 år. Denna skillnad återfanns inte för männen i studien av Framtiden och var mindre framträdande även för kvinnorna.

7.2.2 Valkyrians sjukundersökning 1929-48

Valkyrian var ett sjukförsäkringsbolag som grundades 1912 och var verksamt över hela Sverige. I slutet av fyrtiotalet gjorde bolaget en sjuklighetsundersökning, vars resultat publicerades 1951 i Svensk Aktuarietidskrift, se [29]. Undersökningen studerade perioden 1929-48. Detta är den tidigaste svenska sjuklighetsundersökningen från vilken det gått att finna en mer detaljerad beskrivning av hur den gått till och dess resultat. Det är bl a tydligt hur besvärligt det var att praktiskt genomföra en undersökning innan datorernas tid. Liksom i Framtidens undersökning arbetade man med hålkort och verkar ha haft hjälp av en kortsorteringsmaskin för att effektivisera arbetet.

Materialet täckte 8 132 försäkrade under ungefär 50 000 försäkringsår. Antalet sjukfall var 4 300. Könsfördelningen bland de försäkrade var 81 procent män mot 19 procent kvinnor, vilket innebär att antalet kvinnor var tillräckligt stort för att könsuppdelning skulle vara meningsfull.

Antalet försäkringsår var fördelat 83/17 och antalet sjukfall 79/21, vilket antyder att även på den tiden var insjuknandefrekvenserna högre bland kvinnor än bland män.

Undersökningen studerade främst avvecklingshastigheten i sjukfallen. Vid en åldersuppdelning fann man en förvånansvärt låg skillnad mellan avvecklingshastigheter vid olika insjuknandeåldrar. Hastigheten var något lägre för det högsta åldersintervallet men i övrigt ganska konstant. Avvecklingshastigheten var något lägre för kvinnor än för män vid kortare durationer, men snarare högre vid långa durationer, även om det studerade materialet där var väldigt litet för kvinnorna.

Ingen jämförelse görs i studien mot någon äldre undersökning inom försäkringsbranschen. Artikeln, se [29], innehåller dock en hänvisning till en artikel, se [21], om en undersökning gjord 1930 inom bolaget Framtiden, så den var inte den första som gjorts.

En jämförelse görs dock mot en studie av avveckling inom försäkringskassan för perioden 1936-37. Avvecklingshastigheterna är förvånansvärt lika, med något högre hastighet för Valkyrian med medellånga sjuktider men lägre hastighet för långa sjuktider.

Man gjorde också en studie av insjuknandet, vilken försvårades av att de studerade försäkringarna hade mycket olika karenstider, från ingen karenstid till ganska många försäkringar med ett års karenstid och några försäkringar med två års karenstid. Insjuknandet ökade med ökande ålder, men inte helt konsekvent.

Man gör till slut en kort studie av sjukdomsorsak. Dock faller cirka 30% av sjukfallen under *övriga* eller *flera*, varför studien kan anses vara av begränsat intresse. Man noterar att bland männen är olycksfall den främsta sjukdomsorsaken, följt av sjukdomar i mage och tarm.

7.2.3 Gemensamma grunder 1938

För försäkringar meddelade 1938-1955 använde en del bolag invalidiseringsintensiteten i_x vid ålder x ,

$$10^3 \cdot i_x = 4,3 + 0,27 \cdot 10^{0,03 \cdot x} \cdot \frac{1}{l_x} \quad (7.2.1)$$

med l_x beräknat enligt L37.

Man antog här att antalet kvarvarande sjuka var proportionellt mot $t+1$ (t mätt i år) fram till ålder 65-67. Därefter antogs avveckling ske med normal dödlighet L37. Vilken sjuklighetsstudie som dessa antaganden bygger på framgår inte.

Vi sammanfattar grunderna i

Sammanfattning 7.2.1 *Vi börjar med sjukförsäkring enligt 1938 års grunder. En diskussion om bakgrund och motiv till detta grundsystem finns i Cramér [4].*

Man arbetade med en räntefot som var satt till 2,5 % per år. Detta motsvarar en ränteintensitet på $\delta = 0,02469$.

Dödligheten, ren dödsfallsförsäkring, för en x -årig individ antogs vara given av $10^3 \cdot \mu_x = 3 + 0,06 \cdot 10^{0,042 \cdot x}$. Observera att för dödsfallsförsäkring gjordes ingen skillnad mellan man och kvinna.

För ren livsfallsförsäkring antogs dödligheten för man ges av $10^3 \cdot \mu_x = 1,5 + 0,041 \cdot 10^{0,042 \cdot x}$. För en x -årig kvinna antogs dödligheten vara förskjuten med 1 år, det vill säga dödligheten för en x -årig kvinna antages vara samma som dödligheten för en $(x-1)$ -årig man.

Dessa båda dödlighetstabeller gick under benämningen Tabell D37 respektive Tabell L37.

Invalidiseringsintensiteten för en x -årig individ, ν_x , skiljdes åt för man och kvinna. För man antogs ν_x vara given genom

$$10^3 \nu_x = \begin{cases} 6 + 0,1 \cdot (x - 40) & , \quad x \leq 40 \\ 6 + 0,1 \cdot (x - 40) + 0,04 \cdot (x - 40)^2 & , \quad 40 < x \leq 65 \end{cases} \quad (7.2.2)$$

och för kvinna antogs

$$10^3 \nu_x = \begin{cases} 12 + 0,2 \cdot (x - 40) & , \quad x \leq 40 \\ 12 + 0,2 \cdot (x - 40) + 0,04 \cdot (x - 40)^2 & , \quad 40 < x \leq 65. \end{cases} \quad (7.2.3)$$

Avvecklingsfunktionen λ beskrevs genom antagandet att antalet sjuka kvarlevande t år efter invaliditetens början antogs vara omvänt proportionellt mot $t+1$.

Som synes av exemplet ovan var utjämningsfunktionen för invalidiseringsintensiteten förhållandevis enkel, ett första och andra gradens polynom i insjuknandeåldern x .

7.2.4 Gemensamma grunder 1954-55

De försäkringstekniska grunderna av 1954-55 är beskrivna i en artikel i Skandinavisk Aktuarietidskrift 1956, se [26], av Petrus Mattsson. Den undersökning som låg till grund för de nya grunderna var uppdelad i olika delar. Premiebefrielseförsäkringar, som nu hade blivit en viktig del av bolagens sjukrisk, var praktiskt svårt att få en bra statistik över. Några bolag hade dock fört över sina försäkringar till specialbolaget Eir, se [24], som ansågs ha god kvalitet på sina data. Nu kan man, med facit i hand, konstatera att det inte är tillräckligt att ha god kvalitet på data, verksamheten i ett försäkringsbolag kräver mer omsorg än så för att den skall utvecklas på ett bra sätt. Eir avvecklades vid ett senare tillfälle på ett föga hedrande sätt.

Den riskperiod som studerades var från 1934 till 1948, alltså en mycket lång period. Samtidigt är det något anmärkningsvärt att en undersökning som ledde fram till 1954-55 års grunder byggde på ett material som då redan hade hunnit bli sju år gammalt. Undersökningen studerade både insjuknandefrekvensen och avvecklingen, och jämförde resultatet med 1938 års grunder, som var de som då användes. Någon uppdelning på kön av materialet gick inte att göra vad gäller insjuknandet. Man antog att alla skador var 100 procent, och bedömde att det gav en extra marginal på 10-15 procent. Både insjuknande och sjukfallens längd studerades i tioåriga åldersgrupper. Insjuknandet var kraftigt åldersberoende, medan sjukfallens längd var förvånansvärt oberoende av åldern, bortsett från att den äldsta åldersgruppen visade något längre sjuktider.

Man jämförde gamla och nya försäkringar, och fann att nya försäkringar hade en lägre insjuknandefrekvens men ungefär samma längd på sjukfallen. Vad gäller sjukfallens längd kunde man också studera könen separat, men fann ingen väsentlig skillnad.

Man gjorde också en studie av traditionell sjukförsäkring. Observationstiden är här 1934-1950. I materialet ingick det i förra avsnittet beskrivna materialet från Valkyrian.

Här gjordes en könsuppdelning av materialet, vilket påvisade kraftiga skillnader i insjuknande (kvinnor hade ungefär dubbelt så högt

insjuknande som männen). Insjuknandefrekvensen ökade också här med ökande ålder. Man kan notera att det fanns material också för mycket korta sjukperioder (3-7 dagar) och där var insjuknandet relativt oberoende av ålder.

Även i denna undersökning visade sig sjukfallens längd vara ganska könsoberoende. Man såg också att sjukfallen inom premiebefrielse var längre än inom sjukförsäkring. En rimlig orsak kan vara underreportering av korta sjukfall inom premiebefrielseförsäkring.

I 1954-55 års grunder hade man ett formelmässigt samband mellan insjuknandefrekvensen och avvecklingsantagandet. Insjuknandet antogs vara

$$\nu_x = 0,133 + 0,00085 \cdot e^{2,5} \cdot (4,3 + 0,27 \cdot 10^{0,03 \cdot x}) \cdot \frac{1}{l_x}, \quad (7.2.4)$$

det vill säga en fast del och en del som följde åldern. Sannolikheten att kvarstå som invalid antogs sedan följa en formel, där man dels hade en avveckling kopplad till den fasta delen av insjuknandefrekvensen och en kopplad till den rörliga delen, dels olika formler för det första kvartalet och efterföljande period.

För första kvartalet använde man

$$\lambda_{[x]+t} = 1,0225 \cdot \frac{\nu_x - 0,133}{\nu_x} \cdot e^{-10 \cdot t} + \frac{0,133}{\nu_x} \cdot \frac{1}{1 + 288 \cdot t^2}. \quad (7.2.5)$$

Därefter använde man

$$\lambda_{[x]+t} = 1,0225^{0,25} \cdot \frac{\nu_x - 0,133}{\nu_x} \cdot \frac{e^{-2,5}}{0,75 + t} + 1,0225^t \cdot \frac{0,133}{\nu_x} \cdot \frac{1}{1 + 288 \cdot t^2}, \quad (7.2.6)$$

med en viss justering för åldrar över 70.

De flesta sjukförsäkringar tecknades till utjämnad och garanterad premie, man behövde därför ha en premiereserv (aktivreserv). För att beräkna denna behövs ett dödlighetsantagande och man använde L37 för detta.

Vi sammanfattar detta i

Sammanfattning 7.2.2 Räntheintensiteten antogs vara $\delta = 0,025$. Vidare antogs dödligheten för en x -årig man vara $10^3 \cdot \mu_x = 1,5 + 0,041 \cdot 10^{0,042 \cdot x}$. Detta är den så kallade *L37-tabellen*. Inga särskilda antaganden gjordes för kvinnor utan antagandet fick anpassas till det bestånd som är under betraktelse.

Invalidiseringsintensiteten för en x -årig individ, ν_x , antogs vara

$$10^3 \nu_x = 0,85 \cdot e^{2,5} (4,3 + 2,7 \cdot 10^{0,03 \cdot x}) \cdot \frac{1}{l_x} + 133. \quad (7.2.7)$$

Avvecklingsfunktionen $\lambda_{[x]+t}$ vid åldern $[x] + t$, definierades som

$$\lambda_{[x]+t} = \frac{\nu_x - 0,133}{\nu_x} \cdot f(t) + \frac{0,133}{\nu_x} \cdot g(t), \quad 0 \leq t < 0,25, \quad (7.2.8)$$

$$\lambda_{[x]+t} = \frac{\nu_x - 0,133}{\nu_x} \cdot h(t) + \frac{0,133}{\nu_x} \cdot g(t), \quad 0,25 \leq t, \quad (7.2.9)$$

där

$$f(t) = e^{-10t} \cdot 1,0225^t, \quad (7.2.10)$$

$$g(t) = \frac{1,0225^t}{1 + 288 \cdot t^2}, \quad (7.2.11)$$

$$h(t) = \frac{e^{-2,5} \cdot 1,0225^{0,25}}{0,75 + t}, \quad t < 70 - x, \quad (7.2.12)$$

och

$$h(t) = \frac{e^{-2,5} \cdot 1,0225^{0,25}}{70,75 - x} \cdot \frac{l(x+t)}{l(70)}, \quad t \geq 70 - x. \quad (7.2.13)$$

7.2.5 Gemensamma grunder 1965

Grunderna från 1955 användes i tio år. År 1965 introducerades nya grunder. Bakgrunden till dem beskrivs i en artikel i Skandinavisk Aktuarietidskrift 1969 av Carl-Gösta Dillner, se [5]. Det framgår inte av artikeln vilket statistiskt material som studien bygger på. Man studerar insjuknande via t-frekvenser (det vill säga antalet fortsatt sjuka efter tid t , av totala antalet exponerade). Helt enligt förväntan ökar t-frekvenserna kraftigt med stigande ålder, och man kan notera att denna ökning är kraftigare än vad tidigare studier antytt.

Därutöver finner man också en tydlig effekt att t-frekvenserna är högre för försäkringar med kort karens än för dem med lång karens. Detta kan delvis tänkas bero på underrapportering av korta sjukdomsperioder, men skulle också kunna ha sociala förklaringar om försäkringar med olika karenstider tecknas inom olika sociala grupper. Som en följd av detta inför man i grunderna en $r(k)$ -faktor, som är större än 1 för karenser kortare än tre månader. Insjuknandefrekvensen multipliceras med denna faktor för att spegla det högre insjuknandet för försäkringar med kort karens.

För avvecklingsfunktionen delas materialet i två åldersgrupper, med gränsen 45 år. Den äldre gruppen har långsammare avveckling, men skillnaden är inte så stor. En jämförelse görs med 1954-55 års grunder och man konstaterar åldersberoendet är större för högre åldrar och lägre för lägre åldrar än i de gamla grunderna.

Andelen kvinnor i det studerade materialet är litet. Materialet antyder att sjukligheten bland kvinnorna är runt 50 % högre än bland männen. Man väljer ändå att i grunderna sätta kvinnornas insjuknandefrekvens till 30 % högre än männens för sjukförsäkring och lika som männens premiebefrielse.

Som dödlighetsantagande använder man M64, dvs G64:s obelastade dödlighetsantagande. Som insjuknandeantagande väljer man

$$\nu_x = \frac{0,2535}{l_x}, \quad (7.2.14)$$

där l_x beräknas enligt M64.

Avvecklingsfunktionen väljs så den skall passa alla åldrar och båda mycket korta och mycket långa sjuktider. Man har därför valt den som en summa av fem olika exponentialfunktioner, som skall avspegla vardera en viss del av avvecklingstiden. Funktionen är

$$\lambda_{[x]+t} = a_x \cdot e^{-51 \cdot t} + b_x \cdot e^{-13 \cdot t} + c_x \cdot e^{-3 \cdot t} + d_x \cdot e^{-0,52 \cdot t} + e_x \cdot e^{-0,045 \cdot t} \quad (7.2.15)$$

där

$$a_x = 1 - b_x - c_x - d_x - e_x \quad (7.2.16)$$

och $b_x = 0,18 \cdot e^{0,015 \cdot x}$, $c_x = 0,019 \cdot e^{0,028 \cdot x}$, $d_x = 0,00073 \cdot e^{0,055 \cdot x}$ och $e_x = 0,0017 + 0,000015 \cdot e^{0,11 \cdot x}$.

Eftersom man vid denna tid meddelade sjukförsäkring till garanterad fast premie innehöll också grunderna regler för fastställande av aktivreserv. Man kan därvid dock notera att för aktivreserven för premiefrielseförsäkring sades att *För premiefrielseförsäkringen göras följande antaganden. Kapitalvärdet av bolagets beräknade framtida utgifter för försäkringarna, fränsett utgifterna för pågående skadefall, är lika med kapitalvärdet av de premier, som belöpa på tid efter beräkningstidpunkten.*

Man fastlade alltså här den praxis som därefter rått, att inte avsätta premiereserv (aktivreserv) för premiefrielseförsäkring, även om en sådan strikt aktuariellt borde behövas. Man kan anta att detta beslut fattades av rent praktiska skäl.

Det kan noteras att man i vissa fall använde andra antaganden än ovan nämnda. Valet av antaganden berodde helt och hållet på vilka bestånd man försäkrade. Som exempel på ett annat system av antaganden nämner vi följande där insjuknandet antogs följa

$$10^3 \cdot \nu_x = 2,9 + 0,135 \cdot 10^{0,038 \cdot x} \quad (7.2.17)$$

för män och

$$10^3 \cdot \nu_x = 0,0004 \cdot (x^3 - 120 \cdot x^2) + 2,5 \cdot x - 28 \quad (7.2.18)$$

för kvinnor.

För män användes avvecklingsfunktionen

$$\lambda_{x,t} = (0,15 + 0,020 \cdot f(x)) \cdot 10^{-0,02 \cdot t} + (0,29 - 0,008 \cdot f(x)) \cdot 10^{-0,35 \cdot t} + (0,56 - 0,012 \cdot f(x)) \cdot 10^{-2 \cdot t} \quad (7.2.19)$$

där

$$f(x) = 107,63 - 11,248 \cdot x + 0,4128 \cdot x^2 - 0,006626 \cdot x^3 + 0,00004029 \cdot x^4 \quad (7.2.20)$$

och för kvinnor

$$\lambda_{x,t} = 0,056 \cdot 10^{-0,018 \cdot t} + 0,160 \cdot 10^{-0,3 \cdot t} + 0,784 \cdot 10^{-2 \cdot t} + 0,784 \cdot 0,925^{67-x} \cdot (10^{-0,018 \cdot t} - 10^{-2 \cdot t}). \quad (7.2.21)$$

Vi sammanfattar det första nämnda systemet av antaganden i detta avsnitt i följande sammanfattning.

Sammanfattning 7.2.3 *Ränteintensiteten antogs vara $\delta = 0,0402$. Vidare antogs dödligheten för en x -årig man vara $10^3 \cdot \mu_x = 0,6 + 0,034 \cdot 10^{0,042 \cdot x}$. Denna tabell kallas för tabell M64. För kvinnor fick beståndets beskaftenhet ange vilka antaganden som fick användas.*

Invalidiseringsintensiteten för en x -årig individ, ν_x , antogs vara

$$\nu_x = \frac{0,2535}{l(x)}. \quad (7.2.22)$$

Observera att vid en kortare karenstid än tre månader tillämpades invalidiseringsintensiteten enligt (7.2.22) multiplicerad med faktorn $r(k)$ där

$$r(k) = \begin{cases} \frac{1,2-4,2k}{0,65} & , \quad 0 \leq k \leq 1/12, \\ \frac{0,95-1,2k}{0,65} & , \quad 1/12 \leq k \leq 0,25. \end{cases} \quad (7.2.23)$$

där k betecknar ersättningskarensen i år.

Avvecklingsfunktionen $\lambda_{[x]+t}$ vid åldern $[x] + t$ definierades som

$$\lambda_{[x]+t} = a_x \cdot e^{-51 \cdot t} + b_x \cdot e^{-13 \cdot t} + c_x \cdot e^{-3 \cdot t} + d_x \cdot e^{-0,52 \cdot t} + e_x \cdot e^{-0,045 \cdot t} \quad (7.2.24)$$

där

$$a_x = 1 - b_x - c_x - d_x - e_x \quad (7.2.25)$$

och $b_x = 0,18 \cdot e^{0,015 \cdot x}$, $c_x = 0,019 \cdot e^{0,028 \cdot x}$, $d_x = 0,00073 \cdot e^{0,055 \cdot x}$
och $e_x = 0,0017 + 0,000015 \cdot e^{0,11 \cdot x}$.

Ovanstående sammanfattning illustrerar väl de problem som kan föreligga i en situation då hanteringen av numeriken gör att man måste tillgripa lösningar som kan synas omotiverade. Speciellt har man använt metoder för att utjämna observerade övergångsintensiteter av statistiskt mindre relevant slag.

Det stora problemet synes vara att föfoga över ett tillräckligt stort material för att ge statistiskt säkra skattningar.

7.2.6 Gemensamma grunder 1973

År 1973 antogs återigen nya grunder. Liksom för 1964-65 års grunder använde man en kombination av fem olika exponentialfunktioner som avsågs avspegla avvecklingstakten under olika delar av sjukperioden. Avvecklingen valdes som

$$\lambda_{x,t} = a(x) \cdot e^{-A \cdot t} + b(x) \cdot e^{-B \cdot t} + c(x) \cdot e^{-C \cdot t} + d(x) \cdot (0,15 \cdot e^{-D \cdot t} + 0,85 \cdot e^{-E \cdot t}) \quad (7.2.26)$$

där

$$a(x) = 1 - b(x) - c(x) - d(x), \quad (7.2.27)$$

$$b(x) = 0,12, \quad (7.2.28)$$

$$c(x) = 0,006 \cdot e^{0,04 \cdot x}, \quad (7.2.29)$$

$$d(x) = 0,001 + 0,000011 \cdot e^{0,13 \cdot x} \quad (7.2.30)$$

samt $A = 80, B = 13, C = 1,5, D = 0,3$ och $E = 0,04$.

Totalt blev denna funktion något mer invecklad än 1964-65 års grunder.

7.2.7 Bolagsspecifika och gemensamma grunder 1976

Från och med 1976 hade SPP nya grunder. Som insjuknandefrekvens valde man

$$1000 \cdot \nu_x = \frac{1}{l_x} \cdot (2,7 + 00,0082 \cdot 10^{0,060 \cdot x}) \quad (7.2.31)$$

för man och

$$1000 \cdot \nu_x = \frac{1}{l_x} \cdot (5,7 + 00,24 \cdot 10^{0,034 \cdot x}) \quad (7.2.32)$$

för kvinna. Den dödlighet som man använde var P63 vilket innebär

$$1000 \cdot \mu_x = 0,0135 \cdot e^{0,103 \cdot x} \quad (7.2.33)$$

som är könsneutral.

Avvecklingen valdes som

$$\begin{aligned} \lambda_{x,t} = & (0,53 + 0,1 \cdot f(x)) \cdot 10^{-0,015 \cdot t} + (0,11 - 0,056 \cdot f(x)) \cdot 10^{-0,4 \cdot t} + \\ & + (0,36 - 0,044 \cdot f(x)) \cdot 10^{-2,3 \cdot t} \end{aligned} \quad (7.2.34)$$

där

$$f(x) = 42,3 \cdot 10^{0,001 \cdot x} + 0,000525 \cdot 10^{0,06 \cdot x} - 48,8 \quad (7.2.35)$$

oavsett kön. Man skulle kunna beskriva detta som att den tendens som funnits att avvecklingsfunktionerna successivt blivit mer inveklade med tiden fortsatt att gälla även för 1976 års grunder.

Inom Förenade Liv hade man också antagit nya grunder 1976. De överensstämde väsentligen med 1973 års grunder, med skillnaden att man valt

$$d(x) = 0,0065 + 0,000018 \cdot e^{0,13 \cdot x} \quad (7.2.36)$$

och $C = 3,5$.

Här angivna avvecklingsantaganden från 1976 användes senare även av andra bolag för beräkning av reserver för sjukfall inom tjänstepensionsförsäkring.

Dessa grunder från 1976 är också till stor del de grunder som är bas för dåvarande Försäkringsinspektionens officiella grunder, det vill säga de så kallade sjuklighetsantagandena i Tryggandegrunderna, även om inspiration hämtats från olika håll.

7.2.8 Gemensamma grunder 1981

Inom Förenade Liv gjorde man en studie av avvecklingen under perioden 1976-79. Den visade att avvecklingsantagandena från 1976 inte var tillräckliga, främst för andra avvecklingsåret och för långa avvecklingstider. Man fastställde nu nya grunder. Dessa överensstämde med Förenade Livs grunder från 1973, bortsett från att värden på två parametrar ändrades, $C = 4,5$ och $E = 0,02$.

Ändringen av E innebar att avvecklingshastigheten för mycket långa sjukfall halverades.

7.2.9 Gemensamma grunder 1984

I slutet av sjuttioåret och början av åttiotalet var resultaten inom sjukförsäkring goda. Någon branschgemensam studie hade ej gjorts,

men statistik från Försäkringsinspektionen antydde både att insjuknandeantagandena var för höga och att avvecklingsantagandena var för konservativa för att uppfylla skälighetsprincipen.

För att studera sjukligheten studerade man data från Försäkringskassan. Man jämförde först insjuknandefrekvenserna över tre tidsperioder, 1968-70, 1975-77 och 1978-80 genom att studera antalet nya fall med minst 3 månaders sjuktid. Insjuknandet ökade kraftigt mellan de två första perioderna, särskilt för yngre och särskilt för män. Mellan de två senare perioderna var insjuknandet stabilt. För den senare perioden studerade man också antalet nya sjukpensioner.

För avvecklingen studerade man ITP-kollektivet. Man studerade två tidsperioder, 1973-74 och 1975-70 och jämförde med 1976 års grunder. Man fann att verklig avveckling var långsammare än 1973 års grunder men något snabbare än SPP:s grunder från 1976 och Förenade Livs något starkare grunder från 1981. Man fann också vissa men inte helt konsekventa skillnader mellan könen. Förenklat kan man säga att vid korta sjuktider var kvinnlig avveckling snabbare, medan den var långsammare vid långa sjuktider.

År 1984 övergick man alltså åter till nya grunder, vilka väsentliga är desamma som de som fortfarande används av många bolag. Den väsentliga förändringen mot tidigare var att man delade insjuknandet i två faser, där den första motsvarar tiden fram till eventuell förtidspensionering, och den andra tiden efter förtidspensionering. För tiden före förtidspensionering användes 1974 års formler, medan man för tiden efter förtidspensionering införde en så kallad J-faktor, vilken valdes åldersberoende.

Denna faktor, J-faktorn, användes för tiden innan förtidspensionering. För tiden efter förtidspensioneringen justerades funktionen med hjälp av J-faktorn. Valet av J-faktor kunde variera mellan olika försäkringsbolag, exempelvis använde bland andra *Förenade Liv* följande J-faktor för män

$$J(x) = \begin{cases} 2,5 & , \quad x < 30, \\ 2,5 - 0,07 \cdot (x - 30) & , \quad 30 \leq x < 55, \\ 0,75 & , \quad 55 \leq x. \end{cases} \quad (7.2.37)$$

och följande J-faktor för kvinnor

$$J(x) = \begin{cases} 2,25 & , \quad x < 30, \\ 2,25 - 0,06 \cdot (x - 30) & , \quad 30 \leq x < 55, \\ 0,75 & , \quad 55 \leq x. \end{cases} \quad (7.2.38)$$

Som grundfunktion för avvecklingen valde man

$$\begin{aligned} \lambda_{x,t} = & a(x) \cdot e^{-80 \cdot t} + b(x) \cdot e^{-13 \cdot t} + c(x) \cdot e^{-1,5 \cdot t} + \\ & + d(x) \cdot (0,15 \cdot e^{-0,3 \cdot t} + 0,85 \cdot e^{-0,04 \cdot t}) \end{aligned} \quad (7.2.39)$$

där

$$a(x) = 1 - b(x) - c(x) - d(x), \quad (7.2.40)$$

$$b(x) = 0,12, \quad (7.2.41)$$

$$c(x) = 0,006 \cdot e^{0,04 \cdot x}, \quad (7.2.42)$$

och

$$d(x) = 0,001 + 0,000011 \cdot e^{0,13 \cdot x}. \quad (7.2.43)$$

Man kan notera att den tendens som funnits att göra avvecklingsfunktionen allt mer invecklad fortsatte oavbrutet. Dock hade man denna gång valt att ha ett relativt begränsat antal signifikanta siffror i sina parametrar.

Även om grunderna 1984 fortfarande var att betrakta som gemensamma fanns det vid den tidpunkten olika system med samma bas. Olika heterna byggde på att de olika bolagen arbetade på olika delar av marknaden och därför behövde anpassa sina antaganden efter det. Försäkringsinspektionen godkände också dessa varianter. Som representant för denna tid återger vi här de grunder som Förenade Liv

använde. Detta sagt med en reservation. Man hade vid den tiden haft en arbetsgrupp som arbetat med att ta fram ett gemensamt grundförslag. Där konstaterade man att det ränteantagande som skulle tillämpas ej bör överstiga 4%. Det kan alltså förekomma variationer vad avser ränteantagandet, både mellan bolag och kanske även inom bolag beroende på vilken population man avsåg.

Vi sammanfattar deras antaganden i följande

Sammanfattning 7.2.4 *Ränteintensiteten antogs vara $\delta = 0,0402$. Vidare antogs dödligheten för en x -årig man vara $10^3 \cdot \mu_x = 1 + 0,012 \cdot 10^{0,044 \cdot x}$. Denna tabell kallas för tabell M64. För kvinnor fick beståndets beskaffenhet ange vilka antaganden som skulle användas.*

För premiebefrielse gällde att rätt till ersättning inträdde när sjukbidrag eller förtidspension enligt lagen om allmän försäkring beviljats. Då antogs den återstående karenstiden, I , given genom

$$I(x, t) = \begin{cases} \max(3 - t; 0) & , \quad 0 \leq x < 30, \\ \max(5, 4 - 0,08 \cdot x - t; 0) & , \quad 30 \leq x < 55, \\ \max(1 - t; 0) & , \quad 55 \leq x. \end{cases} \quad (7.2.44)$$

där x betecknade den ålder i år som den försäkrade uppnådde under det kalenderår då invaliditeten inträdde och t betecknade tiden i år efter invaliditetens inträde.

För förtidskapital gällde att den återstående karenstiden, I , antogs given genom

$$I(x, t) = \begin{cases} \max(2 - t; 0) & , \quad 0 \leq x \leq 42, \\ \max(5, 4 - 0,08 \cdot x - t; 0) & , \quad 43 \leq x \leq 54, \\ \max(1 - t; 0) & , \quad 55 \leq x. \end{cases} \quad (7.2.45)$$

där x betecknade den ålder i år som den försäkrade uppnådde under det kalenderår då invaliditeten inträdde och t betecknade tiden i år efter invaliditetens inträde.

Vad gäller avveckling av invaliditetsfall antas att sannolikheten att kvarstå som invalid t år efter invaliditetens inträde vid åldern x år, avvecklingsfunktionen λ^{84} , given genom

$$\lambda^{84}(x, t) = \begin{cases} \lambda^{735}(x, t) & , \quad t \leq J(x), \\ \lambda^{735} \frac{\lambda^I}{\lambda^{I[J(x, t)]}} & , \quad t > J(x). \end{cases} \quad (7.2.46)$$

där

$$\lambda^{735}(x, t) = a_x \cdot e^{-80 \cdot t} + b_x \cdot e^{-13 \cdot t} + c_x \cdot e^{-1,5 \cdot t} + d_x \cdot (0,15 \cdot e^{-0,3 \cdot t} + 0,85 \cdot e^{-0,04 \cdot t}) \quad (7.2.47)$$

där

$$a_x = 1 - b_x - c_x - d_x \quad (7.2.48)$$

och $b_x = 0,12$, $c_x = 0,006 \cdot e^{0,04 \cdot x}$ och $d_x = 0,001 + 0,000011 \cdot e^{0,013 \cdot x}$.

7.2.10 Övergång till icke branschgemensamma grunder

Systemet med gemensamma grunder inom liv- och sjukförsäkring avvecklades av konkurrensskäl runt 1990. Till en början behöll bolagen G84, men de flesta större bolagen har successivt övergått till egna avvecklingsantaganden, byggda på bolagets egna erfarenheter. Exempelvis övergick Skandia i mitten av 1990-talet till ett nytt antagande, vilket behöll G84s form inklusive J-funktionen, men med vissa parametrar ändrade. Ytterligare förändringar har gjorts senare.

7.3 Jämförelser mellan avvecklingsantaganden i de olika grunderna

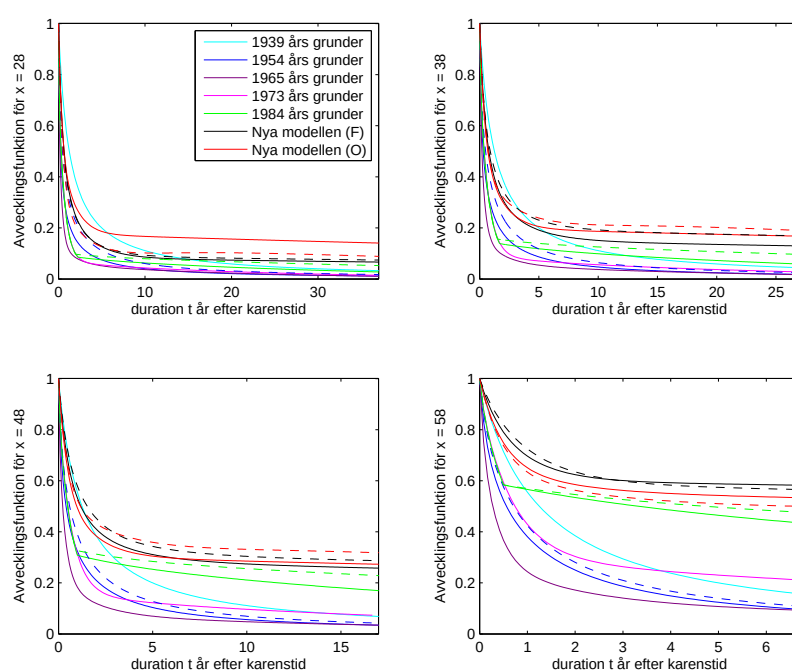
När man studerar de olika versioner av antaganden avseende sjukförsäkring som använts vid olika tidpunkter kan man konstatera att det finns stora variationer. Ibland har man också haft begränsad kunskap om såväl insjuknande och avveckling vilket medfört att de olika uppsättningar av antaganden har skiftande statistisk precision.

I det här kapitlet studerar vi skillnader mellan olika år då de olika uppsättningar av antaganden tagits i bruk. Speciellt är vi intresserade av skillnader mellan avvecklingsfunktionerna.

7.3.1 Skillnader i nivå mellan avvecklingsfunktioner

Olika avvecklingsfunktioner för män och kvinnor har angetts i den föreslagna SUS-modellen och även i grunderna från 1954 och 1984. I de äldre modellerna ansågs att skillnaden mellan könen inte var tillräckligt stor för att särskilja avvecklingsfunktionerna. Det betyder att data från både män och kvinnor ligger som underlag till de sistnämnda, medan data har delats upp i de förstnämnda. I Figur 7.1 kan alla dessa avvecklingsfunktioner observeras. De streckade linjerna representerar avvecklingsfunktionen för kvinnor om en sådan finns.

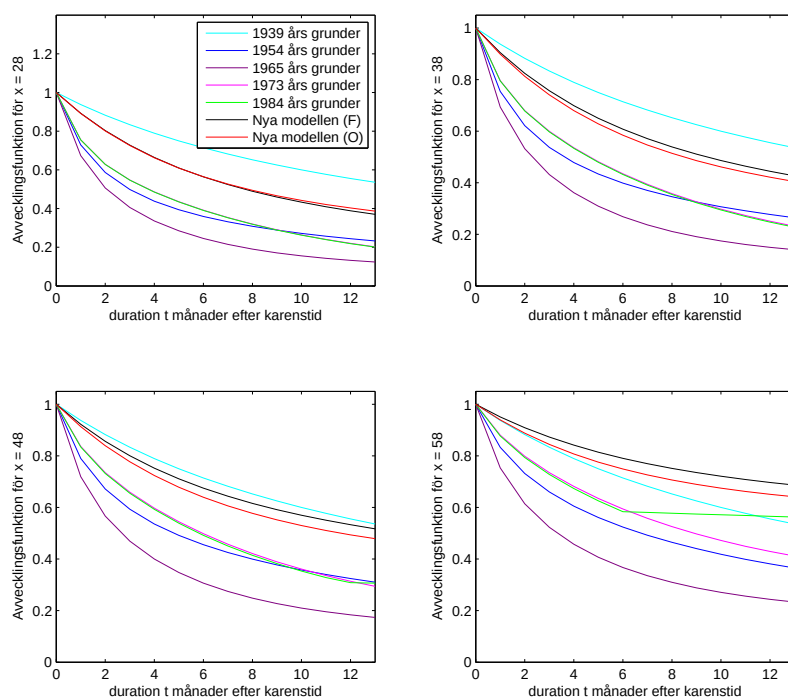
I grunderna framgår det inte om avvecklingsfunktionen avser frivillig eller obligatorisk försäkring. Jämförelsen kommer att ske både mot den nya i SUS framtagna obligatoriska (O) avvecklingsfunktionen och den frivilliga (F) avvecklingsfunktionen.



Figur 7.1: Avvecklingsfunktionen mot durationstid, för de grunder som definierar en avvecklingsfunktion för män och en annan för kvinnor är (-) för män och (- -) för kvinnor.

Som väntat blir sannolikheten att kvarstå som sjuk högre med in-

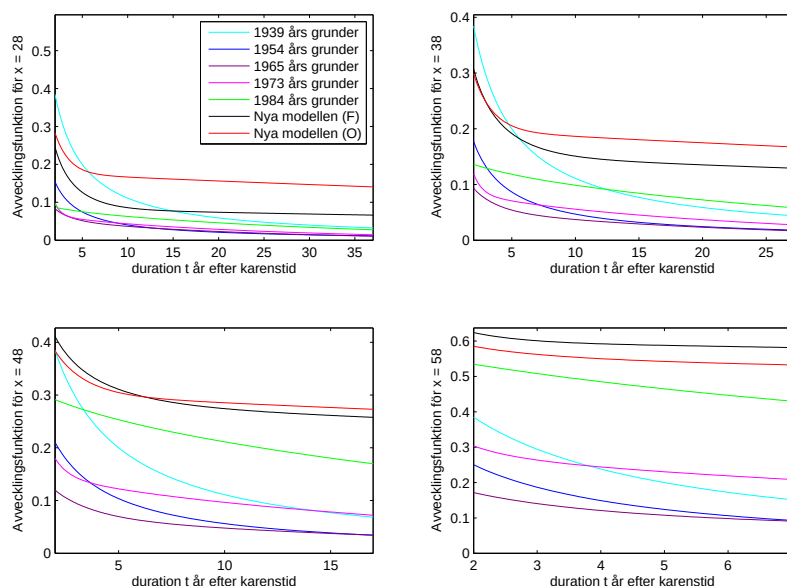
sjuknandeålder för alla olika modeller. Figur 7.1 är svår att avläsa, det vore bättre att studera början av avvecklingsfunktionen för sig och svansen för sig. För att få färre antal kurvor kommer kvinnornas avvecklingsfunktioner inte att tas med i följande figurer. Innan vi lämnar figuren kan vi konstatera att en större andel kvinnor tenderar att kvarstå som sjuka i jämförelse med männen. Två undantag finns. I SUS kan vi för den obligatoriska försäkringen se att män som insjuknar vid höga åldrar har en något högre andel kvar som sjuka. Samma sak kan vi se i den frivilliga försäkringen men först efter en sjuktid på tre år.



Figur 7.2: *Avvecklingsfunktionen i början*

För samtliga modeller och åldersgrupper, se Figur 7.2, har G38 lägst avveckling de första månaderna efter karenstiden, med undantag vid höga insjuknandeåldrar. I det fallet visar SUS avvecklingsfunktioner en lägre avveckling. Högst avveckling har G65, därefter G54.

Då de första månaderna studeras kan ses hur avvecklingen, från G39, har ökat vid G54. G65 visar en ytterligare ökning, för att i G73 minska. Att G73 och G84 är identiska till en början är enligt definition, vilket även ses i Figur 7.2. En minskad avveckling observeras i de nya avvecklingsfunktionerna.

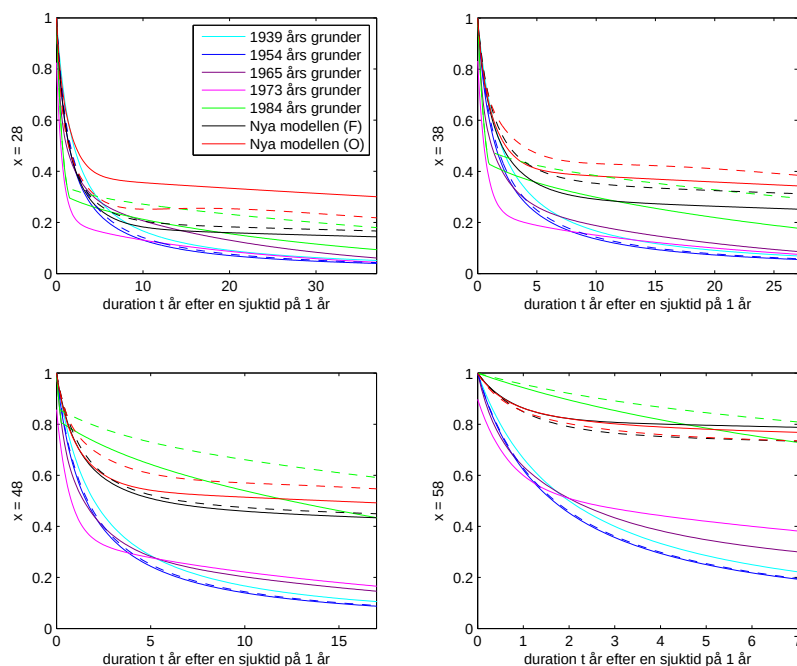


Figur 7.3: Svansen av avvecklingsfunktionen

I Figur 7.3 kan svansen av avvecklingsfunktionen studeras. Här visas hur stor andel sjuka som är kvar efter två års sjuktid och framåt. De olika avvecklingsfunktionerna verkar ha ett liknande mönster för de olika insjuknandeåldrarna. Det vill säga de grunder som har högst eller lägst andel kvar vid långa durationstider verkar genomgående ha det för alla åldersgrupper. G38 visar däremot inte detta mönster. Eftersom denna avvecklingsfunktion i sig är lite suspekt kommer ingen större vikt läggas vid att jämföra G38 mot de övriga.

SUS nya avvecklingsfunktioner har störst andel sjuka kvar vid långa durationstider, dessutom är de planare i slutet än de övrigas. G65, därefter G54, har lägst andel sjuka kvar vid de längre durationstiderna. Som väntat har G84 en högre andel kvar än G73, då det var just därför som G84 justerades.

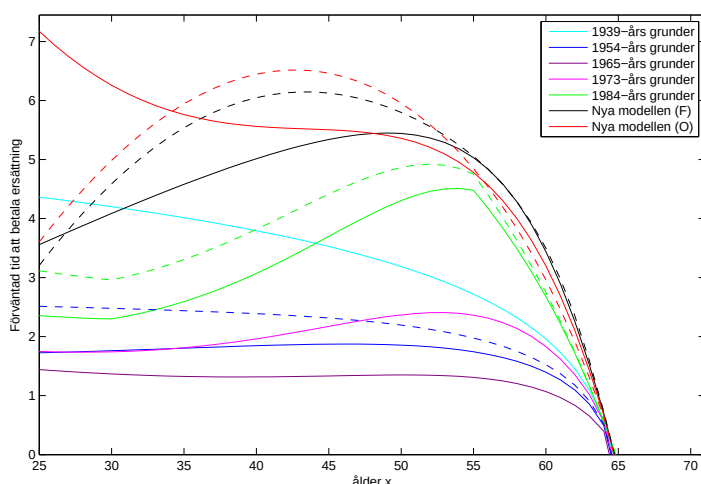
I Figur 7.3 observerades hur stor andel som fortfarande var sjuka efter två års sjuktid och framåt. Denna andel styrs även av hur avvecklingen sett ut i början av perioden. Därför kommer nu de betingade avvecklingsfunktionerna att jämföras. Vi ser i Figur 7.4 sannolikheten att kvarstå som sjuk över tid givet att individen varit sjuk i ett år.



Figur 7.4: Avvecklingsfunktionen, betingat med att individen varit sjuk ett år, mot durationstid, för de grunder som definierar en avvecklingsfunktion för män och en annan för kvinnor är (-) för män och (- -) för kvinnor.

Sannolikheten att kvarstå som sjuk är störst för de nya SUS-modellerna och för G84. Tydliga skillnader kan observeras mellan de avvecklingsfunktioner som är från 1973 och bakåt i tiden jämfört mot de senare avvecklingsfunktionerna. Sannolikheten att komma tillbaka till arbetet då den försäkrade varit sjuk i minst ett år har alltså minskat över tid.

7.3.2 Skillnader i tid att få ersättning

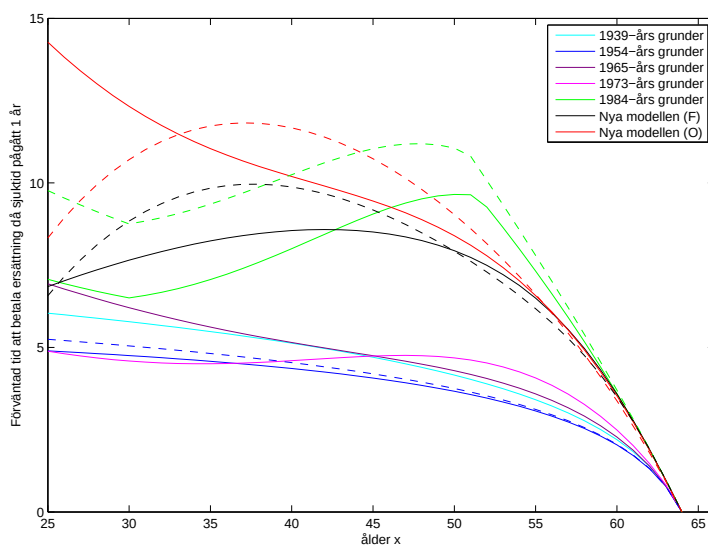


Figur 7.5: Förväntad tid att betala ersättning då sjukdom pågått i tre månader, (-) Män, (- -) Kvinnor

I de grunder som angett en avvecklingsfunktion för män och en annan för kvinnor kan konstateras att ersättning förväntas betalas ut en längre tid för kvinnor än för män vid de flesta insjuknandeåldrarna. I den nya SUS-funktionen (F) kan ses att bland de individer som insjuknar mellan 25-27 års ålder har männen en längre förväntad tid. Detta skulle kunna bero på sättet som avvecklingsfunktionen tagits fram. Inom SUS har diskuterats att använda $\lambda_{28}(t)$ även för åldrar under 28 år, just beroende på hur modellen skattats fram. I SUS-funktionen för obligatorisk försäkring kan vi se hur män som insjuknar innan 35 års ålder och efter 57 års ålder har en längre förväntad tid att få ersättning.

Kortast förväntad tid att få ersättning har G65, därefter G54. I topp ligger SUS-funktionerna F och O och sedan G84. Slutsatser som kan dras av Figur 7.5 är att det efter 1973 års grunder verkar ha hänt något. Den genomsnittliga sjuklängden verkar bara bli längre.

Figur 7.6 visar hur den förväntade tiden att få sjukersättning ser ut givet att den försäkrade redan varit sjuk ett år. Alla modellerna visar en högre förväntad sjuktid jämfört mot Figur 7.5 vilket är rimligt. Ju längre en person varit sjuk desto mindre blir sannolikheten att han



Figur 7.6: Förväntad tid att betala ersättning då sjukdom pågått i 1 år, (-) Män, (- -) Kvinnor

eller hon blir frisk. SUS-modellen för obligatorisk försäkring visar högst förväntad tid upp till insjuknandeålder 44 år. Därefter är det förväntade värdet högst för G84. G54 har lägst följt av G73, G39 och G65.

Återigen ser vi samma mönster som i Figur 7.5, det verkar som om det hänt något efter G73. De som har varit sjuka en längre period verkar komma tillbaka till arbetet i mindre grad än tidigare oavsett vilken ålder de insjuknar vid.

Slutsatsen av figurerna är att personer som varit sjuka en längre tid förblir sjuka i allt högre grad sedan G73. Ju längre sjuktid som passerat, desto mindre blir sannolikheten att komma tillbaka i arbete. Även den förväntade tiden att erhålla sjukersättning har blivit allt längre sedan 1973 års grunder.

Vissa skillnader i de olika grundsystemens avvecklingsfunktioner kan bero på att underlagen för modellerna kan ha haft olika bestånds-sammansättningar. Om ett bestånd som består av en stor andel arbetare jämförs mot ett bestånd med en stor andel tjänstemän har troligen de förstnämnda en större sannolikhet att kvarstå som sjuka. Till exempel, om en individ som arbetar inom ett fysiskt arbete får en

ryggskada borde rimligtvis sannolikheten att börja arbeta igen vara mindre än om han eller hon haft ett kontorsarbete.

7.4 Försäkringstekniska Forskningsnämndens utredningar

Försäkringstekniska Forskningsnämnden (FTN) har sedan 1952 genomfört regelbundna undersökningar åt den svenska försäkringsbranschen. Samtliga rapporter finns i Försäkringsförbundets arkiv.

Under vissa perioder har årliga dödlighetsundersökningar såväl som femårssammanställningar gjorts för att utjämna slumpmässighet i resultaten. Syftena har varit flera, oftast har undersökningar av aktuell dödlighet för beräkningsändamål som premiebestämning eller prognoser av framtida dödlighet genomförts, men även mera ad hoc-betonade undersökningar har genomförts i olika forskningssyften.

Försäkringstekniska Forskningsnämnden har även sedan lång tid gjort sjuklighetsundersökningar. Dessa resultat har legat till grund till de senare av de försäkringstekniska grunder som diskuterats ovan.

7.5 Sjuklighetsantaganden i tryggande-grunderna

De så kallade Tryggandegrunderna ska tillämpas av svenska företag som gör avsättning för pensionsutfästelser i sin balansräkning. De finns formulerade i Finansinspektionens föreskrift FFFS 2007:24, se [11], [12] och [16]. Bestämmelserna om avveckling av sjukfall är identiska med SPP:s grunder från 1976, som redovisats i 7.2.7.

Kapitel 8

Internationell utblick - exempel på modeller samt tillämpningar

8.1 Allmänt om sjukförsäkring

Vi ska här presentera några glimtar av sjukförsäkringsteknik från andra länder.

Grunden för att modellera sjukförsäkring är enkel, en individ kan antas vara frisk, sjuk eller död. Dock finns det internationellt sett en uppsjö av olika varianter av sjukförsäkring och med dem olika aktuariella modeller. En viktig anledning till att det är så är att utformningen av socialförsäkringssystem skiljer sig åt en hel del mellan olika länder. Om man bortser från premiebefrielseförsäkring ska en sjukförsäkring kompensera för (delar av) det inkomstbortfall vid sjukdom som den offentliga socialförsäkringen inte täcker.

I vissa länder betalar staten en relativt hög ersättning i upp till t ex ett eller tre år varefter den sjuke får en sjukpension som är betydligt lägre. I länder med sådana system är det typiskt att sjukförsäkringen har en motsvarande lång karenstid och avvecklingen är långsam. Givet ett sjukfall kan ett bolag alltså räkna med en relativt lång utbetalningsperiod.

I andra länder, med mindre utbyggda socialförsäkringar, är invånarna i princip hänvisade till privata försäkringar för att få någon inkomst i händelse av sjukdom. Då efterfrågas även sjukförsäkringar

med kortare karenstider, en eller två veckor. Med en kort karenstid kommer de flesta ersättningsberättigade sjukfall att vara kortvariga men en del allvarigare fall kan pågå i årtal. Denna stora variation innebär en svårighet i reservsättningen. Ett sätt att hantera den problematiken är att som i t ex Holland ha två olika typer av sjukförsäkringar, en kort för sjukfall upp till ett år och en lång för sjukfall över ett år.

För en sjukförsäkring med kort utbetalningstid lämpar sig sjukförsäkringsmetoder för prissättning och reservsättning, för en sjukförsäkring med lång duration lämpar det sig bättre med livförsäkringsmetoder som tar hänsyn till ränta och dödlighet.

8.2 Norge

8.2.1 Socialförsäkring och privat försäkring i Norge

Vid sjukskrivning i Norge kompenserar Folketrygden individen från vecka 4 efter insjuknandet med 100% av lönen upp till 6 G (ett G, grunnbelopp är 70 256 NOK 2008/2009). Denna sjukpenning (sykepeng) betalas ut under maximalt ett år.

När sjukpenningsperioden är slut kan denna ersättas med rehabiliteringspenning om den sjukskrivna fortfarande står under aktiv behandling med möjlighet till ökad arbetsförmåga. Rehabiliteringspenning ges normalt inte längre än ett år. Det finns också möjlighet att erhålla en ersättning i form av tidsbegränsad sjukersättning (tidsbegränsat uførestønad), vilket ges som ett bidrag när det finns en möjlighet att du ska kunna komma tillbaka till förvärvsarbete.

Arbets- og velferdsforvaltningen, NAV, se [41], gör en uppföljning med sikte på att komma fram till vad som kan göras för att arbetsförmågan ska bli bättre och ges under en period på ett till fyra år i taget.

När arbetsförmågan bedöms bestående kan individen beviljas Uførepensjon. Rehabiliteringspenning, tidsbegränsad sjukersättning utgör 66% av tidigare arbetsinkomst upp till taket på 6 G.

Uførepensjon beräknas på motsvarande sätt som ålderspensionen av Arbeids- og velferdsforvaltningen (NAV). På den norska försäkringsmarknaden finns bland annat följande sjukförsäkringsprodukter:

- Uførepensjon som ger en månatlig ersättning som tillsammans

med ersättningen från Folketrygden ger en ersättning med upp till 80% av den tidigare arbetsinkomsten. Karenstiden kan vara till exempel 3 eller 12 månader

- Uførekapital som ger ett engångsbelopp. Vanligen efter 2 års sjukskrivning som anses varaktig
- Kombinerad försäkring av de ovan nämnda produkterna

8.2.2 Teknik

Beregningsgrunnlaget för Invalidpensjon, se [35], presenterades för första gången 1963 av den norska Aktuarforeningen och gäller fortfarande idag. Metoden heter J_{x+t} -metoden och tar hänsyn till vid vilken ålder försäkringen tecknades.

Den statistiska storheten $J_{(x)+t}$ är sannolikheten för att en försäkrad som tecknar försäkringen vid x års ålder och lever vid ålder $(x) + t$ är ersättningsberättigad. $J_{(x)+t}$ påverkas alltså av följande faktorer:

- Dödligheten
- Insjuknandeintensiteten
- Avgångsintensiteten för sjuka genom antingen dödsfall eller tillfrisknande
- Frivillig avgång, utträde ut försäkringen bland friska individer

$J_{(x)+t}$ är selekt och beror både på teckningsåldern och hur lång tid försäkringen varit i kraft, selektionsperioden är lika med försäkringsperioden. Premiämässigt är en sjukförsäkring med löpande månadsutbetalningar detsamma som en genast börjande livränta med årligt räntebelopp $J_{(x)+t}$ istället för 1 krona årligen vid en vanlig livränta.

8.2.3 Beräkning av premier och reserver

$$J_{(x)+t} = P(S(x+t) = i | [S(x) = a \wedge [S(x+t) = a \wedge S(x+t) = i]]) \quad (8.2.1)$$

där S antar tillstånden $a = \text{aktiv}$ alternativt $i = \text{sjukskriven}$.

vilket medför

$$J_{(x)+t} = \frac{{}_t p_x^{ai}}{{}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ai}} \quad (8.2.2)$$

vilket i sin tur medför att

$${}_t p_x^{ai} = ({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ai}) J_{(x)+t} \quad (8.2.3)$$

där p_x^{aa} är lika med sannolikheten att vara aktiv vid ålder $x + 1$ och p_x^{ai} är lika med sannolikheten att bli sjukskriven vid ålder $x + 1$.

8.2.3.1 Premien

En engångsbetald nettopremie för en sjukförsäkring med försäkringsperiod $[0, n]$, utan kvalificeringstid, utan karenstid och utan begränsning i ersättningstid kan uttryckas som

$$a_{x:n}^{ai} = \int_0^n {}_t p_x^{ai} \nu^t dt \quad (8.2.4)$$

enligt ovan vilket medför att

$$a_{x:n}^{ai} = \int_0^n ({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ai}) J_{(x)+t} \nu^t dt. \quad (8.2.5)$$

Sannolikheten att fortfarande vara aktiv eller sannolikheten att ha blivit sjukskriven vid ålder $x + t$, kan approximeras med $p_x = \frac{l_{(x+t)}}{l_{(x)}}$, sannolikheten att vara vid liv, vilken inte tar hänsyn till tillståndet vid ålder x . Nu kan premien skrivas som

$$a_{x:n}^{ai} = \int_0^n {}_t p_x J_{(x)+t} \nu^t dt = \int_0^n \frac{l_{x+t}}{l_x} \nu^t J_{(x)+t} dt \quad (8.2.6)$$

och eftersom $D_x = l_x \cdot \nu^x$ kan vi utveckla premieformeln till

$$a_{x:n}^{ai} = \int_0^n \frac{D_{x+t}}{D_x} \nu^{x+t-x} J_{(x)+t} dt \quad (8.2.7)$$

Eftersom försäkringen ofta tecknas för 1 år i taget är den årliga premien mer intressant och fås av

$$RP = a_{x:n|}^{ai} - a_{x+1:n-1|}^{ai} D_{x+t} D_x \nu^{x+t-x} (1 - J_{(x)+t}) \quad (8.2.8)$$

vilket är nettoengångspremien för en försäkrad individ vid ålder x med slutålder n subtraherat med nettoengångspremien för samma individ ett år senare; från och med ålder $x + 1$ till slutålder n multiplicerat med sannolikheten att individen fortfarande lever och är frisk.

För att ta hänsyn till karenstid multipliceras RP med en lämpligt vald faktor.

8.2.3.2 Reserven

Reserven för pågående sjukfall fås genom att man utgår ifrån aktivreserven, $\bar{V}_{(x+t):n-t}^a$ samt reserven för hela kollektivet, $\bar{V}_{(x+t):n-t}$ vilken inte tar hänsyn till om individen är frisk eller sjuk.

För att ta fram dessa reserver används den utjämnade premien $\bar{P}_{x:m,n|} = \frac{\bar{a}_{x:n|}^{ai}}{\bar{a}_{x:m|}^{aa}}$. Om $m = n$ är den aktiva reserven resp hela reserven

$$\bar{V}_{(x)+t:n-t}^a = \bar{a}_{(x+t):n-t|}^{ai} - \bar{P}_{(x):n,n|} \bar{a}_{(x+t):n-t|}^{aa} \quad (8.2.9)$$

$$\bar{V}_{(x)+t:n-t} = \bar{a}_{(x)+t:n-t|}^{ai} - \bar{P}_{(x):n,n|} \bar{a}_{(x)+t:n-t|}^{aa} \quad (8.2.10)$$

Med $(x + t)$ menas att individen antas vara frisk vid ålder $x + t$ och med $(x) + t$ antas den försäkrade vara frisk vid x års ålder och att han/hon "endast" lever vid ålder $x + t$. Utifrån detta kan nu reserven för pågående sjukfall uttryckas, vilken fås med hjälp av $J_{(x)+t}$.

Reserven för hela kollektivet är summan av reserven för de aktiva respektive de sjukskrivna,

$$\bar{V}_{(x)+t:n-t} = (1 - J_{(x)+t}) \bar{V}_{(x)+t:n-t}^a + J_{(x)+t} \bar{V}_{(x)+t:n-t}^i \quad (8.2.11)$$

Reserven för pågående sjukfall tar inte hänsyn till hur länge en person varit sjukskriven.

8.3 Danmark

De danska sjukförsäkringarna, *invalidpension* och *præmiefritagelse*, liknar de svenska så tillvida att karenstiden typiskt sett är 3 månader och att ersättningsnivån är 80% av lönen. Utbetalningen är skattepliktig och sker upp till 65 års ålder. För att få invalidpension ska arbetsförmågan vara nedsatt med minst $2/3$.

8.3.1 Teknik

Traditionell dansk teknik bygger på G82, dvs grunder 1982. Liksom i Sverige används kontinuerlig teknik, så G82 definierar Makehamformler för dödlighet och insjuknande. För till exempel en x -årig man ges insjuknandeintensiteten av $0,0004 + 10^{(0,06x-5,46)}$. Denna intensitet gäller för *permanent invaliditet*, i G82 antas att inga tillfrisknanden sker. Dödligheten hos sjuka antas vara samma som hos friska. Nuvärdet för en genast börjande sjukpension ges då enligt formeln

$$E = B \int_0^n \exp\left(-\int_0^y \delta + \mu_{x+\tau} d\tau\right) dy$$

där x är ålder, n durationen ($65 - x$), B årliga utbetalningen och $\delta = \ln(1 + i)$, i = räntan.

Att inte räkna med någon reaktivering alls är tämligen konservativt. Det finns dock ingen gemensam metodik för att sätta sjukreserver. Olika sätt att angripa problemet finns/har funnits på marknaden. Det finns exempel på bolag som inte räknar med reaktivering och därmed kan frisläppa reserver vid varje tillfrisknande. Andra bolag använder sin medicinska personal, ofta sjuksköterskor, för att bedöma sannolikheten för tillfrisknande respektive död i varje enskilt fall. Dessa sannolikheter används sedan i reservsättningen. Mindre lyckade exempel finns också: ett bolag, som inte längre finns kvar på marknaden, reservsatte endast tre månader i taget. Denna optimistiska metod föranledde stora förluster.

8.4 Tyskland, Österrike och Schweiz

Tyskland, Österrike och Schweiz har alla ett likartat sjukförsäkringssystem, både vad gäller lagar och teknik. Här presenteras den tyska sjukförsäkringen. Definitionen av sjuk är att man antingen på grund

av skada/sjukdom bedöms vara permanent arbetsoförmögen eller att man på grund av skada/sjukdom varit arbetsoförmögen i en oavbruten period på sex månader. Karenstiden är alltså typiskt sett 6 månader. Detta gör att man inte ser den snabba avveckling i början av utbetalningsperioden som är typisk för försäkringar med kortare karenstider. Försäkringsbolagen gör en självständig bedömning av sjukfall- en och är således inte bundna till myndigheternas beslut rörande ersättning.

8.4.1 Teknik

I Tyskland används en teknik med avvecklingstabeller. För en noggrannare beskrivning se [34]. Beräkningar av premier och reserver bygger på avgångssannolikheter: för aktivportföljen sjukdom och död, för sjukportföljen tillfrisknande och död. Till skillnad från svensk teknik anges ingen avvecklingsfunktion utan man tabulerar ettåriga tillfrisknandesannolikheter (jämf q_x). För aktiv portföljen är det q_x^a och i_x för dödlighet respektive insjuknande i åldern x . För sjuka ges dödligheten av $q_{j,x}$, $j = 1, 2 \dots 6$, dödligheten i ålder x efter j år som sjuk samt tillfrisknandesannolikheten av $r_{j,x}$, $j = 1, 2 \dots 6$ i åldern x efter j år som sjuk. $j = 6$ används även för den som varit sjuk mer än sex år.

Formeln för löpande premie blir med diskreta kommutationsfunktioner enligt följande:

$$p_{x,n}^{ai} = \frac{1}{N_x^{aa} - N_{x+n}^{aa}} \sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t}^{aa} (1 - 0.5q_{x+t}^a) \cdot i_{x+t} \cdot a_{x+t,n-t}^i$$

Där x är åldern, n löptiden, q_x^a är ettåriga dödsrisken för en frisk x -åring, D_x^{aa}, N_x^{aa} beräknas med formeln $l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa}(1 - q_x^a)(1 - i_x)$ och $a_{x+t,n-t}^i$ är värdet av en sjukränta för en $(x+t)$ -årig individ som betalas i högst $(n-t)$ år.

8.5 USA

Sjukförsäkringsmarknaden i USA omfattar en rad olika produkter och alternativ. Det finns två typer av gruppförsäkringar, där arbetsgivaren betalar premien, kortsjuk, short-term disability (STD) och långsjuk, long-term disability (LTD). Dessa kan tecknas var för sig

eller ihop för ett komplett skydd. STD har typiskt en karenstid på 7 dagar, men även 14 och 30 förekommer, samt ingen karens vid olycksfall. Utbetalningstiden är begränsad till 13 eller 26 veckor.

En LTD försäkring har typiskt en karenstid på 30 eller 90 dagar, men upp till ett år och tider där emellan förekommer. Utbetalningstiden är fram till normal pensionsålder, 65 år eller begränsad till högst två eller fem år. För psykiska sjukdomar (mental and nervous, M&N) är utbetalningstiden ofta begränsad till två år.

Förutom gruppförsäkring finns också individuell sjukförsäkring, *individual disability income (IDI)*. Karenstiden är 7, 14, 30 eller 90 dagar. Det förekommer att utbetalningstiden är begränsad till två eller fem år för arbetare, för tjänstemän är den normalt upp till 65 år även om kortare tider är valbara. Ett vanligt villkor är det att man gör skillnad på *own* och *any occupation* när man bedömer huruvida någon är ersättningsberättigad. Det innebär att arbetsförmågan först provas relativt det egna yrket för att sedan efter t ex två år provas mot "alla" yrken. Detta leder ofta till ett hopp i avvecklingsfunktionen efter två år.

Gemensamt för all sjukförsäkring är att ersättningsnivån oftast är 60% av lönen. Den i svenska ögon något låga siffran förklaras av att utbetalningarna är skattefria. Nettoinkomstförlusten blir typiskt 15% då normal inkomstskatt i USA är ca 25%.

8.5.1 Teknik

Den stora variation som finns i sjukförsäkringen innebär en aktuariell utmaning. Den amerikanska aktuarieliföreningen Society of Actuaries (SOA) har genomfört ett antal studier där man skiljt på gruppförsäkring och individuell försäkring, se till exempel [39].

Gemensamt är att man använder *kontinuansmetoden* som bygger på sannolikheten att insjukna och sedan förbli sjuk en viss tidsperiod. Detta görs genom att man tabulerar insjuknandesannolikheter och avvecklingssannolikheter och kombinerar dessa till en kontinuanstabell. T ex av 100 000 män i åldern 35 med en veckas karens kommer 5 837 att insjukna (incidens på 0,05837). Dessa har en avvecklingssannolikhet på 0,1307 andra sjukveckan, 763 tillfrisknar (eller dör) alltså, och 5 074 fortsätter att vara sjuka till vecka tre, varav en viss andel avvecklas osv. Variationsrikedomen i produkterna gör att det finns en stor uppsättning tabeller.

För LTD använder man en indelning som beror ålder, kön, karenstid och på vad som orsakar sjukdomen, psykisk sjukdom (mental and nervous - M&N), *moderskap* samt övriga orsaker. Upp till 36:e månaden har man för var och en av orsakerna olika tabeller för karenstider på 1, 2, 3, 6 och 12 månader. Från månad 37 till och med 84 skiljer man inte längre på olika karenstider, och därefter skiljer man ej på orsakerna. För ytterligare information, se [37], [38] och [42].

För den individuella försäkringen, IDI, kom man i 1985 års studie fram till att följande variabler var signifikanta:

- Ålder, klassindelad 25, 35, 45, 55 samt 62 år
- Kön
- Orsak, olycksfall eller sjukdom
- Karens 0, 7, 14, 30 och 90 dagar
- Yrke, 4 yrkesklasser (tjänstemän, lätt respektive tungt manuellt arbete och speciella risker som artist och pilot)
- Duration, veckovis upp till 12 veckor, sedan månadsvis upp till två år, årlig upp till 10 år, sedan ett ultimätvärde

En log-linjär model användes för att estimeras faktorerna. Detta gav en matris med estimat, dessa behövde utjämnas innan en lämplig tabell med faktorer erhöles. För värden för andra åldrar än de tabulerade används Lagrangeinterpolation.

Som för LTD antas effekten av vissa variabler avta med tiden. Ålder och kön finns med som faktorer hela tiden men orsak endast de första 12 månaderna, karenstider upp till 30 dagar skiljs fram till vecka 13, 90 dagars fram till 6 månader, yrke fram till vecka 13. För att få fram avvecklingssannolikheten en viss vecka/månad/år tittar man i tabellen, se Tabell 8.1, där det i varje ruta finns en grundsannolikhet och de multiplikativa faktorerna för de variabler som är signifikanta vid tidpunkten i fråga.

Till exempel avvecklingssannolikheten vecka 6, för en 25 årig man, karens 14 dagar, klass 3, orsakad av olycksfall, blir $0,123 \cdot 1,048 \cdot 1,007 \cdot 1,036 \cdot 0,878 = 0,118$. Se till exempel [39] eller [40].

Factors for determination of weekly termination rates

Week:	6				7			
Duration rate:	,123				,126			
Age:25	1,060				1,066			
EP: 0,7,14,30	1,076	1,210	1,048	,689	1,018	1,177	1,053	,760
Class: 1,2,3,4	,992	1,008	1,007	,990	,986	1,010	1,009	,993
Sex: M,F	1,019	,965			1,022	,978		
Cause: A,S	,878	1,118			,874	1,125		

Tabell 8.1: Utdrag från tabell 85CIDA

8.6 England

Den statliga sjukersättningen i England ger en fast ersättning om endast £75,40 i veckan (2010). Därför är en kompletterande sjukförsäkring ett måste för många. Ersättningen från sjukförsäkringen är skattefri, det går att försäkra sig upp till 60% av bruttoinkomsten, vilket med rådande inkomstskatter motsvarar ca 80% av nettoinkomsten. Karenstiden är också valbar: 4, 8, 13, 26, 52, 104 eller 112 veckor. Förutom skydd mot inkomstbortfall ingår i sjukförsäkringen ofta ett paket med hälsofrämjande tjänster, det kan vara rehabilitering, läkare på telefon, stresshanteringsprogram med mera.

8.6.1 Teknik

Den modell för sjukförsäkring som nu mest används i England är i princip densamma som den svenska modell som beskrivs i kapitel 2.2. Dock är notationen annorlunda, de tre tillstånden frisk, sjuk och död, betecknade $\{H, S, D\}$. Övergångsintensiteterna betecknas enligt följande:

- frisk $\rightarrow$ död av μ_x
- frisk $\rightarrow$ sjuk av σ_x
- sjuk $\rightarrow$ frisk av $\rho_{x,z}$
- sjuk $\rightarrow$ död av $\nu_{x,z}$

där x betecknar ålder och z tiden i tillståndet. Vidare antas att övergångsintensiteterna är kontinuerliga funktioner av x respektive x, z .

Den huvudsakliga skillnaden jämfört med svensk teknik är att det är avvecklingsintensiteten $\rho_{x,z}$ som skattas, inte avvecklingsfunktionen. Hur skattas då $\rho_{x,z}$? I undersökningen CMIR12 fann man att betydelsen av insjuknandeåldern y och tiden som sjuk z var i stort sett oberoende av varandra och effekterna multiplikativa. Det motsvarar en formel på formen $\rho_{y+z,z} = f(y) \cdot g(z)$

Man fann att en lämplig formel att utgå ifrån vid utjämning var $\rho_{y+z,z} = \{a + b(z) \cdot (y - \bar{y})\} \exp(-c\sqrt{z})$ där a och c är konstanter och b beror på z . Då man ville få fram en formel som fungerar för olika karenstider och med god anpassning vid både korta och långa durationer krävdes en hel del handpåläggning: För sjuktider över ett år används ett justerat värde på z : $Z = 1 + s \cdot (z - 1)$, där s är en konstant, ungefär lika med $1/3$, vars exakta värde anpassas i utjämningen.

För att inte göra modellen allt för komplicerad antas att tillfrisknandeintensiteten efter fem års sjuktid ($z > 5$) endast beror på uppnådd ålder. Detta ger slutligen följande formel för utjämningen:

$$\rho_{y+z,z} = r \cdot \{a + b(1 + q \cdot \max(4 - wz, 0)) \cdot \sqrt{Z}(Y - 50)\} \exp(-c\sqrt{Z})$$

där

- y är exakt ålder (i år) vid insjuknande och
- $Y = y$ för $z \leq 5$,
- $Y = y + z - 5$ för $z > 5$
- z är sjukdomsdurationen (i år) och

$$Z = \begin{cases} z, & \text{om } z \leq 1 \\ 1 + s \cdot (z - 1), & \text{om } 1 < z \leq 5 \\ 1 + 4s & \text{om } z > 5 \end{cases} \quad (8.6.1)$$

- endast för karenstider på 4, 13, resp 26 veckor,
 $r = \min(p + (wz - d)(1 - p)/4, 1)$ så att $r = 1$ om $W \geq d + 4$
- a, h, c, p, q, s är konstanter

Det understryks att det inte är lämpligt att extrapolera funktionen för åldrar över 65 år. Anpassningen av formeln till data görs med maximum likelihoodteknik.

Anpassade parametervärden och standardfel (givna i parentes) ges

nedan: a 51,057202(1,200) p 0,205111(0,024)
 b 2,687089(0,124) q 1,419428(0,080)
 c 4,914441(0,038) s 0,362456(0,029)

Med avgångsintensiteterna bestämda skapas tabeller enligt gängse aktuariell praktik.

Litteraturförteckning

- [1] Alm, E., Andersson, G., von Bahr, B., Martin-Löf, A., (2006), *Livförsäkringsmatematik II*, Svenska Försäkringsföreningen, Stockholm, Sverige.
- [2] Andersen, P., K., Borgan, O., (1985), Counting process models for life history data: A Review, *Scandinavian Journal of Statistics*, vol. 12, 97-158, Stockholm, Sverige.
- [3] Andersson, G., (2005), *Livförsäkringsmatematik*, Svenska Försäkringsföreningen, Stockholm, Sverige.
- [4] Cramér, H., (1938), *Utredningar och förslag rörande grunder för liv- och personförsäkring*, ej publicerad utredning, Stockholm, Sverige.
- [5] Dillner, C-G., (1969), New bases for non-cancellable sickness insurance in Sweden, *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, vol. 40, 113-124, Stockholm, Sverige.
- [6] Dillner, C-G., (1974), New bases for long term sickness insurance in Sweden from 1973, *Scandinavian Actuarial Journal*, vol. 4, 167-173, Stockholm, Sverige.
- [7] Ekhult, H., (1980), Technique and Experience in Sickness and Disability Insurance in Sweden, *Transactions of the 21st International Congress of Actuaries, Zürich-Lausanne*, vol. 3, 67-82, Zürich, Schweiz.
- [8] Ekhult, H., (1990), *Approximation av en funktion av två variabler med hjälp av en punktmatrix. Tillämpning på avvecklingsfunktionen i sjukförsäkring*, Meddelande nr. 4, Försäkrings-tekniska Forskningsnämnden, Stockholm, Sverige.

- [9] Eriksson, J., (2009), *Avvecklingsfunktionen inom Svensk sjukförsäkring*, Examensarbete, Matematisk Statistik, Stockholms Universitet, Stockholm, Sverige.
- [10] Finansinspektionen (1995), FFFS 1995:46, *Finansinspektionens allmänna råd om privat sjukförsäkring som marknadsförs i Sverige*, Stockholm, Sverige.
- [11] Finansinspektionen, (1997), FFFS 1997:2, *Finansinspektionens föreskrifter om ändring av försäkringsinspektionens kungörelse (BFFS 1977:5) om försäkringstekniska grunder att tillämpas vid beräkning av kapitalvärde enligt 3 § lagen om tryggnad av pensionsstiftelse m.m.*, Stockholm, Sverige.
- [12] Finansinspektionen, (1998), FFS 1998:26, *Finansinspektionens föreskrifter om ändring av försäkringsinspektionens kungörelse (BFFS 1977:5) om försäkringstekniska grunder att tillämpas vid beräkning av kapitalvärde enligt 3 § lagen om tryggnad av pensionsstiftelse m.m.*, Stockholm, Sverige.
- [13] Finansinspektionen, (2004), FFFS 2004:15, *Finansinspektionens föreskrifter om upphävande av vissa föreskrifter och allmänna råd inom Finansinspektionens område*, Stockholm, Sverige.
- [14] Finansinspektionen, (2007), *Angående försäkringsbolagens antaganden vid bestämning av avsättningar för sjukförsäkring*, Brev till Sveriges Försäkringsförbund, Stockholm, Sverige.
- [15] Finansinspektionen, (2007), FFFS 2007:24, *Finansinspektionens föreskrifter om försäkringstekniska grunder*, Stockholm, Sverige.
- [16] Försäkringsinspektionen, (1977), BFFS 1977:5, *Försäkringsinspektionens kungörelse om försäkringstekniska grunder att tillämpas vid beräkning av kapitalvärde enligt 3 § lagen (1967:531) om tryggnad av pensionsutfästelse m.m.*, Stockholm, Sverige.
- [17] FTN, (1991), *Instruktion för sjuklighetsundersökningar*, Meddelande nr 7, Försäkringstekniska Forskningsnämnden, Stockholm, Sverige.

- [18] FTN, (2003), *Disability studies*, Försäkringstekniska Forskningsnämnden, Stockholm, Sverige.
- [19] FTN, (2008), *Instruktion för rapportering till FTNs sjuklighetsundersökningar*, Försäkringstekniska Forskningsnämnden, Stockholm, Sverige.
- [20] Haberman, S., Pitacco, E., (1999), *Actuarial models for disability insurance*, Chapman & Hall/CRC, USA.
- [21] Hagstroem, K.-G., (1930), Sickness Experience of Framtiden, *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 219-266, Stockholm, Sverige.
- [22] Källström, L., (1990), Long-Term Individual Sickness Insurance According to the 1984 Rules (G84), *Sverige Reinsurance Company 75 years*, Fyris-Tryck, Uppsala, Sverige.
- [23] Lundberg, F., (1916), *Dödlighets- och sjuklighetsstatistik åren 1901-1914*, Stockholm, Sverige.
- [24] Lundberg, F., Lundberg, O., (1952), *Sjukförsäkringsaktiebolaget EIR 1911-1951*, Ivar Haeggströms Boktryckeri Aktiebolag, Stockholm, Sverige.
- [25] Makeham, W. M., (1872), On the Laws of Sickness and Invalidism; and their Relation to the Law of Mortality, *Journal of the Institute of Actuaries and Assurance Magazine*, vol XVI, London, England.
- [26] Mattsson, P., (1956), New bases for non-cancellable sickness insurance in Sweden, *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, häfte 3-4, 198-215, Stockholm, Sverige.
- [27] Mattsson, P., (1977), *Sjukförsäkringen i Sverige - historik, teknik och utvecklingslinjer*, Gotab, Stockholm, Sverige.
- [28] Mattsson, P., Unneryd, Å., (1968), Experience bases and assessment of premiums in Swedish long term health insurance, *Transactions 18th International Congress of Actuaries, Munich 1968*, 523-533, München, Västtyskland.
- [29] Medin, K., (1951), The sickness experience of the Valkyria Insurance Company, 1929-48, *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, häfte 3-4, 48-52 Stockholm, Sverige.

- [30] Milicevic, M., (2003), *Long-Term Health Insurance*, Examensarbete, Matematisk Statistik, Stockholms universitet, Stockholm, Sverige.
- [31] Persson, D., (2001), *En empirisk jämförande studie mellan långtidssjuk- och premiefrielseförsäkringar avseende en icke-parametrisk och en parametrisk modell*, Examensarbete, Matematisk Statistik, Stockholms Universitet, Stockholm, Sverige.
- [32] Sandström, A., (1987), *An empirical study of t-frequencies and termination functions in long-term sickness insurance in Sweden*, Meddelande nr 71, The Research Council of Actuarial Science, Stockholm, Sverige.
- [33] Sandström, A., (1990), *Long-Term Health Insurance, Sweden Reinsurance Company 75 Years*, Stockholm, Sverige.
- [34] Segerer, G., (1993), The Actuarial treatment of the disability risk in Germany, Austria and Switzerland, *Insurance: Mathematics and Economics* 13, Issue 2, 131-140, Elsevier Science B.V, Amsterdam, Holland.
- [35] -, (1963), Nya beregningsgrunnlag for livs, rente og pensjonsforsikring 1963, *Invaliditetsgrunnlaget 25 maj 1963*, Komiteuttalelse fra Norske Aktuarforeningen, Oslo, Norge.
- [36] -, (1985), Report of the Committee to Recommend New Disability Tables for Valuation, *Transactions of Society of Actuaries*, vol. 37, USA.
- [37] -, (1987), Group Long-Term Disability (GLTD) Valuation Tables, *Transactions of Society of Actuaries*, vol. 39, USA.
- [38] -, (1996), Society of Actuaries Committee on Group Life and Health Insurance, *1996 LTD Experience Study Publication Text Report of the Committee on Group Life and Health Insurance Group Long-Term Disability Insurance*, USA.
- [39] -, (1999), Society of Actuaries, *Final Report of the Individual Subcommittee of the Task Force to Recommend Statutory Morbidity Standards for Individual and Group Disability Benefits*, USA.

- [40] -, (2005), Society of Actuaries Individual Disability Committee, *Report of the individual disability experience committee analysis of experience from 1990 to 1999*, USA.
- [41] -, (20xx), www.nav.no, Arbeids- og velferdsetaten ble etablert 1 juli 2006, Sosialtjensten i kommunene og etaten vil sammen utgjøre Arbeids- og velfersforvaltningen (NAV), Oslo, Norge.
- [42] -, (2009), Society of Actuaries Group LTD Committee, *2008 Long Term Disability Experience Study Report*, USA.